10^a Olimpíada Paceña de Matemática

... multiplicando el talento

Un proyecto de interacción social de la Carrera de Matemática y del
Intituto de Investigación Matemática IIMAT,
Facultad de Ciencias Puras y Naturales,
Universidad Mayor de San Andrés,
La Paz, Bolivia.

Categoría γ

Segunda Fase

18 de octubre de 2015

Instrucciones

1. Por favor no abras este folleto hasta que se te indique.
2. La prueba tiene una duración mínima de 1 hora y media y una duración máxima de 2 horas.
3. Por favor apaga tu celular mientras dure la prueba.
4. No está permitido: utilizar calculadoras, consultar apuntes o libros.
5. Te hemos proporcionado 5 hojas: 2 en este folleto, 1 de respuesta y 2 para operaciones auxiliares.
6. Esta es una prueba de 10 problemas, 5 son de selección múltiple y en 5 debes escribir una respuesta.
7. En la hoja de respuestas escribe tus datos con letra de imprenta.
8. En la hoja de respuestas marca la alternativa que encuentres correcta en los 5 primeros problemas y escribe tus respuestas, sin procedimientos, en los restantes problemas.
9. Al finalizar la prueba entregarás solamente tu hoja de respuestas. Puedes llevarte el resto de hojas que te entregamos.

Sociedad Boliviana de Matemática

Olimpiada Paceña de Matemática
Av.Villazón 1995 Predio Central UMSA,
Planta Baja del Edificio Viejo, Teléfono 2441578,
e-mail: `olimpiadaOPM@gmail.com`

`http://www.opmat.org`

1. Boris y Ana tienen algunos CDs. Si Ana le regala seis de sus CDs a Boris, el tendría el doble de CDs que Ana. Si por otra parte, Ana toma seis CDs de Boris, entonces ambos tendrían el mismo número de CDs. ¿Cuál es el número total de CDs que tienen Ana y Boris?

   (A) 42 (B) 30 (C) 72 (D) 18 (E) 36

2. El menor entero positivo n tal que la suma

$$n + 2n + 3n + \cdots + 99n + 100n$$

   es un cuadrado perfecto es

   (A) 100 (B) 101 (C) 202 (D) 5050 (E) N. A.

3. ¿Cuántos enteros positivos n existen con la propiedad que el producto de los dígitos de n es 0? Además $5000 \leq n \leq 6000$.

   (A) 332 (B) 270 (C) 301 (D) 272 (E) 299

4. Si $f(x-y) = f(x)f(y)$ para cualesquiera x,y números reales. Además $f(x)$ nunca es igual a 0 para ningún valor de x. Entonces $f(4)$ es igual a

   (A) -4 (B) 4 (C) 1 (D) $\sqrt{5}$ (E) N. A.

5. Los lados de un triángulo miden 11, 15 y k, donde k es un entero positivo. ¿Para cuántos valores de k es el triángulo obtuso?

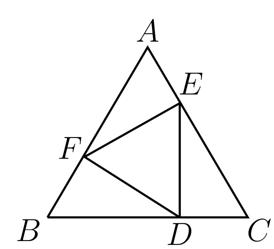
   (A) 5 (B) 7 (C) 12 (D) 13 (E) 14

6. Encontrar todos los números x reales que satisfacen $2^{2\log_2 x} = \left(2^{(\log_2 x)+1}\right) - 1$,

7. La suma de 10 enteros consecutivos es S. Diez veces el menor de estos enteros es T. Encontrar el valor de $S - T$.

8. ¿Cuántos números de tres dígitos hay tales que la suma de sus dígitos sea 24?

9. El triángulo equilátero DEF está inscrito en el triángulo equilátero ABC como se muestra en la figura. Se sabe que DE es perpedicular a BC. Encontrar el cociente del área del triángulo DEF entre el área de ABC.



10. Encontrar el mayor entero positivo que es menor a $(\sqrt{7} + \sqrt{5})^6$.