



10^a OLIMPIADA PACEÑA DE MATEMÁTICA

... *multiplicando el talento*

Un proyecto de interacción social de la Carrera de Matemática y del
Intituto de Investigación Matemática IIMAT,
Facultad de Ciencias Puras y Naturales,
Universidad Mayor de San Andrés,
La Paz, Bolivia.



CATEGORÍA γ

Fase Final

8 de noviembre de 2015

Instrucciones

1. Por favor no abras este folleto hasta que se te indique.
 2. La prueba tiene una duración mínima de 1 hora y una duración máxima de 2 horas y treinta minutos.
 3. Por favor apaga tu celular mientras dure la prueba.
 4. No está permitido: utilizar calculadoras, consultar apuntes o libros.
 5. Te hemos proporcionado dos folletos: éste y otro de hojas blancas.
 6. Esta es una prueba de 4 problemas de desarrollo.
 7. *En el folleto de hojas blancas debes desarrollar las respuestas a los problemas de la manera más completa y clara posible. Es decir, cada respuesta debe estar propiamente justificada.*
 8. Al finalizar la prueba entregarás solamente el folleto con el desarrollo de tus respuestas. Puedes llevarte este folleto.
 9. *Comienza escribiendo tu nombre completo en el folleto de respuestas.*
-



Sociedad Boliviana
de Matemática

Olimpiada Paceña de Matemática
Av. Villazón 1995 Predio Central UMSA,
Planta Baja del Edificio Viejo, Teléfono 2441578,
e-mail: olimpiadaOPM@gmail.com

<http://www.opmat.org>

1. Encontrar todos los números reales x tal que $0 \leq x \leq 2\pi$ que satisfacen
- $$\sin 2x + \cos 2x + \sin x + \cos x + 1 = 0.$$

2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, es decir f es una función de los números reales en los números reales. Se sabe que para cualquier número x se satisface

$$2f(1-x) + f(x) = 4x + 5.$$

Encontrar la función f , es decir, encontrar $f(x)$ en términos de solamente x .

3. Consideramos todos los enteros positivos de 14 dígitos, divisibles por 18, cuyos dígitos son exclusivamente 2 y 1, pero no hay dígitos 2 consecutivos. ¿Cuántos de estos números hay?
4. En el diagrama, el círculo y el cuadrado tienen el mismo centro O y tienen mismas áreas. El círculo tiene radio 1 e intersecta a uno de los lados de la circunferencia en los puntos P y Q . Encontrar cuánto mide el segmento PQ .

