11^a Olimpíada Paceña de Matemática

Un proyecto de interacción social de la Carrera de Matemática y del
Intituto de Investigación Matemática IIMAT,
Facultad de Ciencias Puras y Naturales,
Universidad Mayor de San Andrés,
La Paz, Bolivia.

Categoría γ

Segunda Fase
16 de octubre de 2016

Instrucciones

1. Por favor no abras este folleto hasta que se te indique.
2. La prueba tiene una duración mínima de 50 minutos y una duración máxima de 1 hora y 30 minutos.
3. Por favor apaga tu celular mientras dure la prueba.
4. No está permitido: utilizar calculadoras, consultar apuntes o libros.
5. Te hemos proporcionado 6 hojas: 3 en este folleto, 1 de respuesta y 2 para operaciones auxiliares.
6. Esta es una prueba de 13 problemas, 7 son de selección múltiple y 6 de respuesta corta
7. Marca la alternativa que encuentres correcta en la hoja de respuestas en el caso de los problemas de selección múltiple y escribe la respuesta en los últimos 6 problemas
8. Al finalizar la prueba entregarás solamente tu hoja de respuestas. Puedes llevarte el resto de hojas que te entregamos.

CARRERA DE MATEMÁTICA

IIMAT Instituto de Investigación Matemática

Sociedad Boliviana de Matemática

Olimpiada Paceña de Matemática
Av.Villazón 1995 Predio Central UMSA,
Planta Baja del Edificio Antiguo, Teléfono 2441578,
e-mail: olimpiadaOPM@gmail.com

http://www.opmat.org

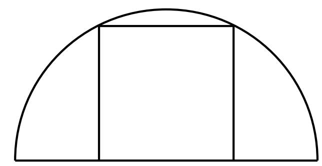
1. Los números reales a y b son mayores que 2016. ¿Cuál de las siguientes fracciones tiene el mayor valor?

   (A) $\dfrac{a}{b+1}$ (B) $\dfrac{a}{b-1}$ (C) $\dfrac{2a}{2b+1}$ (D) $\dfrac{2a}{2b-1}$ (E) $\dfrac{3a}{3b+1}$

2. La suma de todos los enteros entre 50 y 350 cuyo dígito de las unidades es 1 es:

   (A) 5880 (B) 5539 (C) 5208 (D) 4877 (E) 4566

3. Un cuadrado de área 40 está inscrito en una semicircunferencia, como se muestra en la figura. El área del cuadrado que puede ser inscrito en la circunferencia entera del mismo radio es:

   (A) 80 (B) 100 (C) 120

   (D) 160 (E) 200

4. Si a, b, c están en progresión geométrica con $1 < a < b < c$ y $n > 1$ es un entero, entonces $\log_a n, \log_b n, \log_c n$ son tales que

   (A) forman una progresión geométrica;
   (B) forman una progresión aritmética;
   (C) sus recíprocos son los términos de una progresión aritmética;
   (D) el segunto y tercer término son las potencias n-ésimas del primer y segundo término respectivamente;
   (E) ninguna de las afirmaciones es verdadera.

5. En un dado normal los puntos de dos caras opuestas siempre suman 7. Tres dados normales son apilados uno encima del otro de modo que la suma de puntos en cualquier para de caras en contacto es 5. Una de las caras visibles del dado inferior muestra 6 puntos. ¿Cuántos puntos tiene la cara superior del dado superior?

   (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3 (E) 2

6. De los siguientes 200 números:

   $$1! \times 2!, \quad 2! \times 3!, \ldots, 200! \times 201!,$$

   ¿cuántos son cuadrados perfectos? Recordamos que $n! = n \times (n-1) \times \cdots 2 \times 1$, por ejemplo $1! = 1$, $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$.

7. Si a, b, c, d son números reales tales que satisfacen:

   $$\begin{aligned} a &= bcd \\ a+b &= cd \\ a+b+c &= d \\ a+b+c+d &= 1 \end{aligned}$$

   calcular el valor de $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} + \dfrac{1}{d}$.