



## 11<sup>a</sup> OLIMPIADA PACEÑA DE MATEMÁTICA

Un proyecto de interacción social de la Carrera de Matemática y del  
Intituto de Investigación Matemática IIMAT,  
Facultad de Ciencias Puras y Naturales,  
Universidad Mayor de San Andrés,  
La Paz, Bolivia.



CATEGORÍA  $\gamma$

**Primera Fase**  
18 de septiembre de 2015

---

### Instrucciones

---

1. Por favor no abras este folleto hasta que se te indique.
  2. La prueba tiene una duración mínima de 1 hora y una duración máxima de 1 hora y 30 minutos.
  3. Por favor apaga tu celular mientras dure la prueba.
  4. No está permitido: utilizar calculadoras, consultar apuntes o libros.
  5. Te hemos proporcionado 6 hojas: 3 en este folleto, 1 de respuesta y 2 para operaciones auxiliares.
  6. Esta es una prueba de 12 problemas de selección múltiple.
  7. Marca la alternativa que encuentres correcta en la hoja de respuestas.
  8. Al finalizar la prueba entregarás solamente tu hoja de respuestas. Puedes llevarte el resto de hojas que te entregamos.
- 



**CARRERA DE  
MATEMÁTICA**

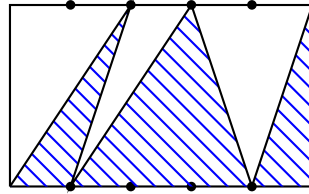


Sociedad Boliviana  
de Matemática

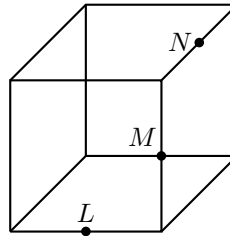
Carrera de Matemática  
Av. Villazón 1995 Predio Central UMSA,  
Planta Baja del Edificio Viejo, Teléfono 2441578,  
e-mail: [olimpiadaOPM@gmail.com](mailto:olimpiadaOPM@gmail.com)

<http://www.opmat.org>

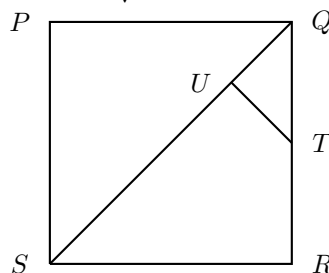
- Si  $\frac{p}{q} = \frac{6,888\dots}{2,444\dots}$  y  $\frac{p}{q}$  es una fracción irreducible de números enteros, entonces  $p + q$  es igual a  
 (A) 38 (B) 39 (C) 40 (D) 41 (E) 42
- El área del rectángulo de la figura es 12, ¿cual es el área de la región sombreada?  
 (A) 3 (B) 4 (C) 5  
 (D) 6 (E) 8



- El máximo común divisor de los números 1221, 2332, 3443, 4554,....., 8998 es  
 (A) 3 (B) 33 (C) 37 (D) 11 (E) 101
- Si  $xy = 2$  y  $x^2 + y^2 = 5$ , entonces  $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 2$  es igual a  
 (A)  $\frac{5}{2}$  (B)  $\frac{25}{4}$  (C)  $\frac{5}{4}$  (D)  $\frac{1}{2}$  (E) 1
- Los puntos  $L$ ,  $M$  y  $N$  son puntos medios de las aristas del cubo, como muestra la figura. ¿Cuanto mide el ángulo  $\angle LMN$ ?  
 (A)  $90^\circ$  (B)  $105^\circ$  (C)  $120^\circ$  (D)  $135^\circ$  (E)  $150^\circ$



- Esmeralda tiene 11 monedas de veinte centavos, Rosa tiene 7 monedas de cincuenta centavos y Nelly tiene 3 monedas de un boliviano. ¿Cual es el menor número posible de total de monedas que deben cambiar de manos de forma que todas queden con la misma cuantía de dinero?  
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9
- El lado del cuadrado  $PQRS$  mide  $x$ . El punto  $T$  es el punto medio del lado  $QR$  y  $U$  es un punto de la diagonal  $QS$  tal que el segmento  $TU$  es perpendicular a  $QS$ . ¿Cual es la medida del segmento  $TU$ ?  
 (A)  $\frac{x}{2}$  (B)  $\frac{x}{3}$  (C)  $\frac{x}{\sqrt{2}}$  (D)  $\frac{x}{2\sqrt{2}}$  (E)  $\frac{x}{4}$



8. Considere  $x$ ,  $y$  y  $z$  números enteros tales que  $x + y + z = 0$ . Se hacen las siguientes afirmaciones:

i)  $x^3 + y^3 + z^3$  es necesariamente múltiplo de 2.

ii)  $x^3 + y^3 + z^3$  es necesariamente múltiplo de 3.

iii)  $x^3 + y^3 + z^3$  es necesariamente múltiplo de 5.

¿Cuales de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

(A) Solo i) es verdad

(B) Solo ii) es verdad

(C) Solamente i) y ii) son verdaderas

(D) Solamente i) y iii) son verdaderas (E) i), ii) y iii) son verdaderas

9. Una mesa de billar tiene 3 metros de ancho y 6 metros de largo. Cuando una bola golpea el borde de la mesa, su trayectoria forma con el borde un ángulo igual al que la trayectoria anterior forma con el borde de la mesa. Una bola, inicialmente a 1 metro de la esquina  $P$ , es golpeada del lado  $SP$  en dirección del lado  $PQ$ , como se muestra en la figura. A cuantos metros de  $P$  la bola golpea el lado  $PQ$  si la bola cae en el bolsillo  $S$  después de golpear en el borde de la mesa?

(A)  $1m$

(B)  $\frac{6}{7}m$

(C)  $\frac{3}{4}m$

(D)  $\frac{2}{3}m$

(E)  $\frac{3}{5}m$

