12^a Olimpíada Paceña de Matemática

... multiplicando el talento

Un proyecto de interacción social de la Carrera de Matemática y del
Intituto de Investigación Matemática IIMAT,
Facultad de Ciencias Puras y Naturales,
Universidad Mayor de San Andrés,
La Paz, Bolivia.

Categoría β

Final

17 de noviembre de 2017

Instrucciones

1. Por favor no abras este folleto hasta que se te indique.
2. La prueba tiene una duración mínima de 1 hora y 30 minutos; y una duración máxima de 2 horas y 15 minutos.
3. Por favor apaga tu celular mientras dure la prueba.
4. No está permitido: utilizar calculadoras, consultar apuntes o libros.
5. Te hemos proporcionado dos folletos: éste y otro de 3 hojas blancas.
6. Esta es una prueba de 4 problemas de desarrollo.
7. *En el folleto de hojas blancas debes desarrollar las respuestas a los problemas de la manera más completa y clara posible. Es decir, cada respuesta debe estar propiamente justificada.*
8. Al finalizar la prueba entregarás solamente el folleto con el desarrollo de tus respuestas. Puedes llevarte este folleto.
9. *Comienza escribiendo tu nombre completo en el folleto de respuestas.*

CARRERA DE MATEMÁTICA

IIMAT Instituto de Investigación Matemática

Sociedad Boliviana de Matemática

Olimpiada Paceña de Matemática
Av.Villazón 1995 Predio Central UMSA,
Planta Baja del Edificio Viejo, Teléfono 2441578,
e-mail: `olimpiadaOPM@gmail.com`

`http://www.opmat.org`

1. Un hexágono que está inscrito en un círculo tiene longitudes laterales 22, 22, 20, 22, 22 y 20 en ese orden. Encuentra el radio de la circunferencia.

2. ¿Qué números enteros n tienen la propiedad que al dividir $x^{13} - 233x - 144$ por $x^2 - x + n$ no quede resto? Es decir, ¿para qué números enteros n es el segundo polinomio un factor del primero?

3. La clase de kínder de la Sra. Martha tiene 16 estudiantes matriculados. El aula tiene un número muy grande, N, de bloques para jugar que cumple las siguientes condiciones:
   a) Si 16, 15 o 14 estudiantes están presentes en la clase, entonces en cada caso todos los bloques se pueden distribuir en cantidades iguales a cada estudiante, y
   b) Hay tres enteros $0 < x < y < z < 14$ de modo que cuando x, y, o z estudiantes están presentes y los bloques se distribuyen en números iguales a cada estudiante, hay exactamente tres bloques sobrantes.

   Encuentra el menor valor posible de N que satisface las condiciones anteriores.

4. En una mesa hay cartas con los números 0, 1, 2, ... , 1024. Ariel y Benito juegan por turnos para eliminar cartas de la mesa. Primero Benito elimina la mitad de las cartas. Entonces Ariel elimina la mitad de las cartas restantes. Luego Benito saca la mitad de las que restan y así sucesivamente hasta que quedan exactamente 2 cartas con los números a y b. Ariel tiene que pagar $|a-b|$ Bolivianos a Benito. ¿Cuál es la mayor cantidad de dinero que Benito puede garantizar que ganará?