12^a Olimpíada Paceña de Matemática

... multiplicando el talento

Un proyecto de interacción social de la Carrera de Matemática y del
Intituto de Investigación Matemática IIMAT,
Facultad de Ciencias Puras y Naturales,
Universidad Mayor de San Andrés,
La Paz, Bolivia.

Categoría γ

Segunda Fase

29 de octubre de 2017

Instrucciones

1. Por favor no abras este folleto hasta que se te indique.
2. La prueba tiene una duración mínima de 1 hora y 30 minutos una duración máxima de 2 horas.
3. Por favor apaga tu celular mientras dure la prueba.
4. No está permitido: utilizar calculadoras, consultar apuntes o libros.
5. Te hemos proporcionado 7 hojas: 3 en este folleto, 1 de respuesta y 3 para operaciones auxiliares.
6. Esta es una prueba de 12 problemas, 7 son de selección múltiple y 5 son de respuesta corta.
7. Marca la alternativa que encuentres correcta en la hoja de respuestas para las preguntas de selección múltiple y escribe la respuesta de las restantes preguntas.
8. Al finalizar la prueba entregarás solamente tu hoja de respuestas. Puedes llevarte el resto de hojas que te entregamos.
9. La lista de clasificados se publicará en la página de la OPMat esta noche a las 20:00.

CARRERA DE MATEMÁTICA

IIMAT Instituto de Investigación Matemática

Sociedad Boliviana de Matemática

Olimpiada Paceña de Matemática
Av.Villazón 1995 Predio Central UMSA,
Planta Baja del Edificio Viejo, Teléfono 2441578,
e-mail: olimpiadaOPM@gmail.com

http://www.opmat.org

1. $4^{15}+8^{10}$ es igual a

(A) 2^{10} (B) 2^{15} (C) 2^{20} (D) 2^{30} (E) 2^{31}

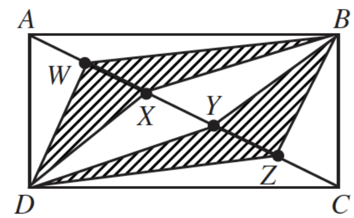
2. Descuentos sucesivos del 10 % y del 20 % son equivalentes a un descuento único del:

(A) 12 % (B) 15 % (C) 22 % (D) 28 % (E) 30 %

3. $\left(\dfrac{(x+1)^2(x^2-x+1)^2}{(x^3+1)^2}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{(x-1)^2(x^2+x+1)^2}{(x^3-1)^2}\right)^2$ es igual a

(A) $(x+1)^4$ (B) $(x^3+1)^4$ (C) 1 (D) $[(x^3+1)(x^3-1)]^2$ (E) $[(x^3-1)^2]^2$

4. El rectánculo $ABCD$ tiene base de 9cm y una altura de 5cm. La diagonal AC está dividida en cinco partes de igual longitud por los puntos W, X, Y y Z. Determinar el área de la región sombreada.



(A) 36 (B) $\dfrac{36}{5}$ (C) 18

(D) $\dfrac{4\sqrt{106}}{5}$ (E) $\dfrac{2\sqrt{106}}{5}$

5. Si $\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=a$ y $xy=b$, entonces $(x+y)^2$ es igual a

(A) $(a+2b)^2$ (B) a^2+b^2 (C) $b(ab+2)$ (D) $ab(b+2)$ (E) $\dfrac{1}{a}+2b$

6. En un certamen deportivo en una comunidad rural del departamento de La Paz, hay sólamente seis competidores que competirán en ocho disciplinas distintas. En cada disciplina, los mejores tres competidores reciben una medalla de oro, una de plata y una de bronce de acuerdo al lugar que ocupan. No existen empates en ninguna disciplina y claro ningún competidor recibe más de una medalla en una disciplina. Para determinar la tabla general, cada competidor recibe 5 puntos cada medalla de oro que recibe, 3 puntos por cada medalla de plata y 1 punto por una medalla de bronce. Wara recibió 27 puntos, ¿cuál es el numero máximo de medallas de plata que pudo haber ganado?

(A) 6 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

7. En el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x^2+x^2y^2+x^2y^4 &= 525 \\ x+xy+xy^2 &= 35 \end{cases}$$

La suma de los números reales y que satisfacen ambas ecuaciones es:

(A) 15 (B) 2 (C) $\dfrac{3}{2}$ (D) $\dfrac{55}{2}$ (E) $\dfrac{5}{2}$

8. Si desarrollamos el número decimal $\dfrac{1}{1024000}$, ¿cuántos dígitos aparecen después de la coma decimal?

9. Un número N cuando se divide entre 10 deja resto 9, cuando se divide entre 9 deja resto 8, cuando se divide entre 8 deja resto 7, cuando se divide entre 7 deja resto 6, cuando se divide entre 6 deja resto 5, cuando se divide entre 5 deja resto 4, cuando se divide entre 4 deja resto 3, cuando se divide entre 3 deja resto 2 y cuando se divide entre 2 deja resto 1. Encontrar el menor entero positivo N que satisface estas condiciones.

10. Un cubo de lado 1cm se encuentra sobre una mesa plana. Se marca un punto justo en el centro de la cara superior. Se rueda el cubo, sin levantar y sin que el que cubo resbale, en una dirección de tal manera que por lo menos dos vértices siempre tocan la mesa. Se rueda el cubo hasta que el punto marcado vuelve a estar en la cara superior. Determinar la longitud, en centímetros, del camino que ha recorrido el punto marcado.

11. Algunos puntos son marcados en una recta, y se consideran todos los segmentos cuyos extremos son puntos marcados. Uno de estos puntos está en el interior de 80 segmentos; otro punto está en el interior de 90 segmentos. ¿Cuántos puntos fueron marcados en la recta? Nota: Los extremos de un segmento no se consideran en su interior.

12. En el diagrama $AB = 13$ cm, $DC = 20$ cm y $AD = 5$ cm. Determinar el valor de AC.