12^a Olimpíada Paceña de Matemática

... multiplicando el talento

Un proyecto de interacción social de la Carrera de Matemática y del
Intituto de Investigación Matemática IIMAT,
Facultad de Ciencias Puras y Naturales,
Universidad Mayor de San Andrés,
La Paz, Bolivia.

Categoría γ

Fase Final

18 de noviembre de 2017

Instrucciones

1. Por favor no abras este folleto hasta que se te indique.
2. La prueba tiene una duración mínima de 1 hora y 30 minutos; y una duración máxima de 2 horas.
3. Por favor apaga tu celular mientras dure la prueba.
4. No está permitido: utilizar calculadoras, consultar apuntes o libros.
5. Te hemos proporcionado 2 folletos: éste y otro de 3 hojas blancas.
6. Esta es una prueba de 4 problemas de desarrollo.
7. *En el folleto de hojas blancas debes desarrollar las respuestas a los problemas de la manera más completa y clara posible. Es decir, cada respuesta debe estar propiamente justificada.*
8. Al finalizar la prueba entregarás solamente el folleto con el desarrollo de tus respuestas. Puedes llevarte este folleto.
9. *Comienza escribiendo tu nombre completo en el folleto de respuestas.*

CARRERA DE MATEMÁTICA

IIMAT Instituto de Investigación Matemática

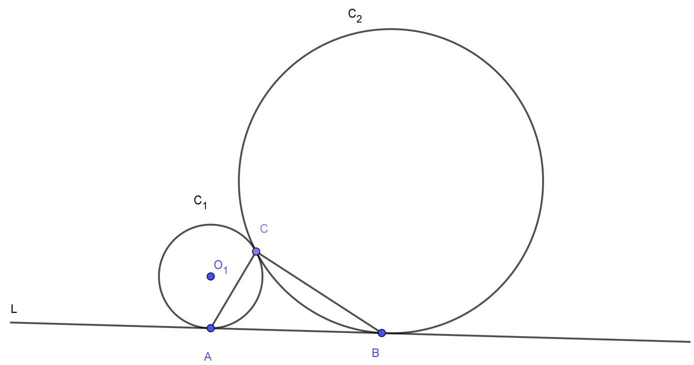
Sociedad Boliviana de Matemática

Olimpiada Paceña de Matemática
Av.Villazón 1995 Predio Central UMSA,
Planta Baja del Edificio Viejo, Teléfono 2441578,
e-mail: olimpiadaOPM@gmail.com

http://www.opmat.org

1. Un conjunto de números es llamado trilegal si puede ser dividido en subconjuntos con tres elementos de tal modo que uno de los elementos sea suma de los otros dos. [por ejemplo, el conjunto $\{1, 2, 3, \ldots, 11, 12\}$ es trilegal, pues puede ser dividido en $\{1, 5, 6\}$, $\{2, 9, 11\}$, $\{3, 7, 10\}$, $\{4, 8, 12\}$.
   a) Muestre que $\{1, 2, 3, \ldots, 14, 15\}$ es trilegal.
   b) Muestre que $\{1, 2, 3, \ldots, 2009, 2010\}$ no es trilegal.

2. Las circunferencias C_1 y C_2 son tangentes a la recta L en los puntos A y B y tangentes entre sí en el punto C. Hallar el ángulo $\angle ACB$.



3. Hallar todas las ternas de enteros positivos (x, y, z) que satisfacen:

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{y} - \frac{3}{z} = 1$$

4. La sucesión: $a_1, a_2, a_3, \ldots$ satisface: $a_1 = 3$, $a_2 = -1$, $a_n \cdot a_{n-2} + a_{n-1} = 2$ para todo $n \geq 3$. Calcular $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{99}$.