14^a Olimpíada Paceña de Matemática

Un proyecto de interacción social de la Carrera de Matemática,
Facultad de Ciencias Puras y Naturales,
Universidad Mayor de San Andrés.

Primera Fase

Prueba de Clasificación

Categoría α "alpha" 1^{ro} y 2^{do} de Secundaria

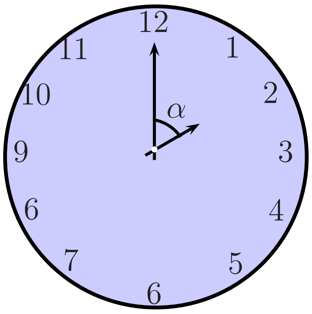
HOJAS DE PREGUNTAS Y RESPUESTAS

Domingo 16 de septiembre de 2018 La Paz, Bolivia.

Instrucciones

1. La prueba tiene una duración mínima de 1 hora y una duración máxima de 1 hora y 30 minutos.
2. Por favor apaga tu celular mientras dure la prueba.
3. No está permitido: utilizar calculadoras, consultar apuntes o libros.
4. Te hemos proporcionado 4 hojas: 1 de preguntas, 1 de respuestas y 2 para operaciones auxiliares.
5. Esta es una prueba de 8 problemas de selección múltiple.
6. En la hoja de respuestas, marca sólo la alternativa que encuentres correcta.
7. Al finalizar la prueba, entregarás solamente tu hoja de respuestas. Puedes llevarte las demás hojas que te entregamos.

PROBLEMA 1. *¿Cuál es la medida del ángulo α formado por los punteros de un reloj cuando marca 2 horas?*



(A) $30°$ (B) $45°$ (C) $60°$ (D) $75°$ (E) $90°$

SOLUCIÓN.- Los números de 1 al 12 que marcan en la pantalla del reloj dividen la circunferencia en 12 partes iguales, y cada una corresponde un ángulo central de $360° \div 12 = 30°$. Cuando el reloj marca 2 horas, el ángulo formado por las agujas corresponde la suma de dos ángulos de $30°$ cada uno, luego es igual a $\alpha = 2 \times 30° = 60°$.

$\boxed{\text{Respuesta: } 60° \text{ (Opción: C.)}}$

∎

PROBLEMA 2. *¿Cuántos números enteros positivos, de tres cifras hay?*

(A) 999 (B) 1000 (C) 990 (D) 900 (E) 300

SOLUCIÓN.- Para contar todos los números de tres cifras es equivalente a contar desde 100 hasta 999. Por tanto el total de números que tienen cifras tres es 900.

$\boxed{\text{Respuesta: 900 (Opción: D.)}}$

■

PROBLEMA 3. *En un viaje del Bus Pumakatari se logro recaudar 168 Bs. Un minibus tiene la capacidad de 14 pasajeros y el costo por pasajero es 2 Bs. ¿ Cuántos viajes tendrá que realizar el minibus para alcanzar lo recaudado por el bus Pumakatari suponiendo que el minibus viaja con su capacidad máxima?*

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

SOLUCIÓN.- Como la capacidad máxima del minibus es de 14 pasajeros y el pasaje es de 2 Bs. entonces en un viaje el minibus recauda $14 \times 2 = 28$, luego el número de viajes que el minibus tiene que realizar para recaudar los 168 Bs. es $168/28 = 6$.

$\boxed{\text{Respuesta: 6 (Opción: D.)}}$

■

PROBLEMA 4. *Pedro tiene* 10 *caramelos más que María. María tiene* 3 *menos que Juan. ¿Quién tiene más, Pedro o Juan? ¿Cuántos más?*

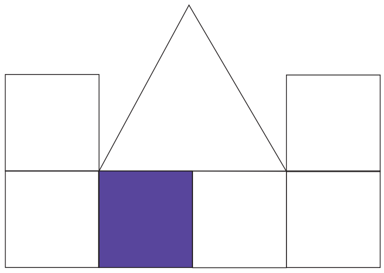
(A) 8 (B) 15 (C) 3 (D) 7 (E) 5

SOLUCIÓN.- Sean p, m y j la cantidad de caramelos que tienen cada uno, entonces $m + 3 = j$ ya que María tiene 3 menos que Juan, por otro lado $m + 10 = p$ ya que Pedro tiene 10 más que María. Por tanto $m = j - 3 = p - 10$, de aquí $j + 7 = p$ esto es Pedro tiene 7 caramelos mas que juan.

$\boxed{\text{Respuesta: 7 (Opción: D.)}}$

■

PROBLEMA 6. *La siguiente casa está formada por seis cuadrados iguales y un triángulo equilátero. Si el perímetro de la figura es* 32, *¿cuál es el área de la región sombreada?*



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

SOLUCIÓN.- Denotemos el lado de cada cuadrado por x. Como el triángulo es equilátero, cada uno de sus lados mide $2x$. Así, el perímetro de la figura es $16x$. Pero por hipótesis, también es 32. De este modo $x = 2$ y por tanto el área del cuadrado es $x^2 = 2^2 = 4$.

$$\boxed{\text{Respuesta: } 4 \text{ (Opción: D.)}}$$

■

PROBLEMA 7. *Calcular:*

$$A = \left(2 + \frac{2}{2}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2 \times 3}\right)\left(2 + \frac{2}{4}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2 \times 5}\right)\left(2 + \frac{2}{6}\right)$$

(A) 1 (B) $\frac{7}{6}$ (C) $\frac{7}{3}$ (D) $\frac{3}{7}$ (E) 2

SOLUCIÓN.-

$$\begin{aligned} A =& 2\left(1 + \frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3}\right)2\left(1 + \frac{1}{4}\right)\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{5}\right)2\left(1 + \frac{1}{6}\right) \\ =& 2\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right)\left(1 + \frac{1}{6}\right) \\ =& 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6} \\ =& 2 \cdot \frac{7}{6} \\ =& \frac{7}{3} \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Respuesta: } \tfrac{7}{3} \text{ (Opción: C.)}}$$

■

PROBLEMA 8. *Moe, Larry y Curly corren una carrera. ¿De cuántas maneras distintas pueden llegar a la meta? Por ejemplo una de las maneras es: primer lugar Larry, segundo lugar Moe y tercer lugar Curly.*

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

SOLUCIÓN.- El primer lugar puede ser ocupado ya sea por Moe, Larry o por Curly, de ahí que el primer puesto se puede ocupar de 3 maneras distintas. Una vez ocupado el primer lugar, para el segundo lugar tenemos 2 opciones y una ves ocupado el segundo lugar solo nos queda una opción para el último lugar. En total de maneras diferentes en que se ocupan los tres lugares es

$$3 \times 2 \times 1 = 6.$$

Por tanto hay

$$\boxed{\text{Respuesta: 6 (Opción: D.)}}$$

■