

Soluciones
Primera Fase
Prueba de Clasificación
Categoría β
"BETA"
3ro. y 4to. de secundaria
Domingo 19 de Mayo de 20019

1. El televisor del Abuelo recibe canales del 2 al 42. Hoy es un buen día para compartir el canal favorito del Abuelo, el canal 15, tuvo que salir a la cocina por un bocadillo. Si pulso 518 veces el botón para subir canales ¿En qué canal quedará la televisión cuando me detenga?.

- (A) 41 (B) 53 (C) 86 (D) 90 (E) Ninguno

Solución. Para llegar por primera vez al canal 2, es necesario que apriete el botón 28 veces. Por otra parte, cada vez que se da una vuelta completa iniciando en el canal 2 hasta el canal 42 y terminando otra vez en el canal 2, se debe pulsar el botón 41 veces el botón. Entonces, después $28 + (41 \times 11) = 479$ veces que se aprieta el botón estará otra vez en el canal 2.

Ahora, si se aprieta el botón $39 = 518 - 479$ veces se llegará al canal 41. Por lo tanto, el televisor quedará en el canal 41.

2. Si ordenamos los siguientes dígitos de acuerdo con la suma de las longitudes de los segmentos que están compuestos. ¿Qué figura debería ocupar la posición central?.



- (A) el 1 (B) el 5 (C) el 8 (D) el 3 (E) Ninguno

Solución. Asociando la longitud de las secciones horizontal y vertical con la unidad y el segmento oblicuo con $\sqrt{2}$ (teorema de Pitágoras), nos podemos dar cuenta que:

- 1, 4, y 7 tienen longitud $2 + \sqrt{2}$.
- 2 es de longitud $3 + \sqrt{2}$.
- 3 es de longitud $2 + 2\sqrt{2}$.
- 5 es de longitud 5.
- 6 y 9 son de longitud $4 + \sqrt{2}$.
- 8 es de longitud 7.

Por lo tanto el 3 ocuparía el quinto lugar, es decir la posición central.

3. Luego de reducir la expresión

$$\sqrt[3]{x^4 \sqrt[4]{x \sqrt{x^{2n}}}}$$

se obtuvo x^2 . Calcular n.

- (A) 8 (B) 7 (C) 3 (D) 2 (E) Ninguno

Solución. Reduciendo tenemos:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x^4 \sqrt[4]{x \sqrt{x^{2n}}}} &= \sqrt[3 \cdot 4 \cdot 2]{x^{(4 \cdot 4 + 1) \cdot 2 + 2n}} \\ &= \sqrt[24]{x^{34 + 2n}}. \end{aligned}$$

Solución.

$$\begin{aligned}13^2 &= (9 + 4)^2 \\ &= (9 + 4)^2 - 2(9)(4) + 2(9)(4) \\ &= (9 - 4)^2 + 2(9)(4) + 2(9)(4) \\ &= (9 - 4)^2 + 4(9)(4) \\ &= (9 - 4)^2 + (2(3)(2))^2 \\ &= 5^2 + 12^2.\end{aligned}$$

Así, la suma de los catetos del triángulo rectángulo es $5 + 12 = 17$.

8. Sea $\triangle CBD$ un triángulo tal que $BD = 9$, $CD = 4\sqrt{2}$ y \overline{CE} y \overline{BA} se intersecan en el punto T. Si E es un punto sobre el segmento \overline{BD} y A un punto sobre el segmento \overline{CD} tales que $BE = 3$ y $CA = \sqrt{2}$, entonces $\frac{BT}{TA}$ es igual a:

(A) 3

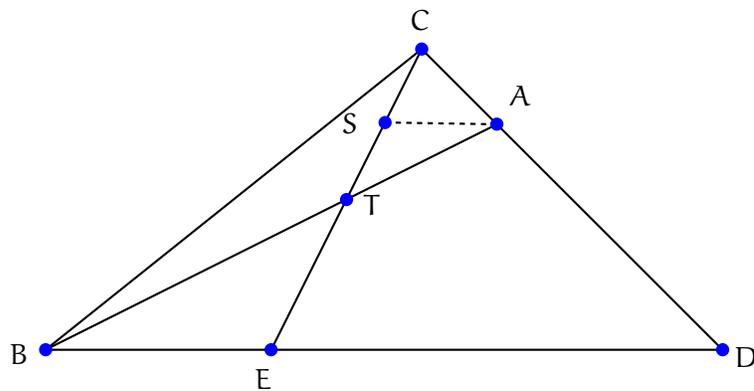
(B) 5

(C) 8

(D) 2

(E) Ninguno

Solución.



Sea S un punto sobre el segmento \overline{CE} tal que el segmento \overline{SA} es paralelo al segmento \overline{BD} (ver Figura). Entonces, obtenemos que $\frac{ED}{SA} = \frac{CD}{CA} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4$ y, como $ED = 6$, $SA = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$. Luego, tenemos las siguientes igualdades equivalentes:

$$\begin{aligned}\frac{BT}{TA} &= \frac{BE}{SA} \\ &= \frac{3}{\frac{3}{2}} \\ &= 2.\end{aligned}$$

Así, $\frac{BT}{TA} = 2$.