

SOLUCIÓN A LA PRUEBA DE la FASE FINAL

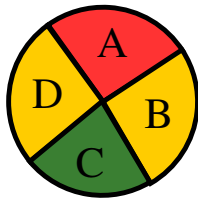
CATEGORÍA α 1ro. y 2do. de secundaria

Problema 1.- ¿Cuál es el valor de $2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 - 4^4 + 1$?

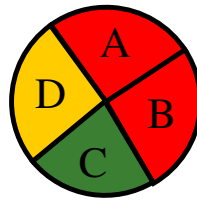
Solución.

$$\begin{aligned} 2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 - 4^4 + 1 &= 4 \cdot 2^6 - 4^4 + 1 \\ &= 2^2 \cdot 2^6 - 4^4 + 1 \\ &= 2^8 - 4^4 + 1 \\ &= (2^2)^4 - 4^4 + 1 \\ &= 4^4 - 4^4 + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

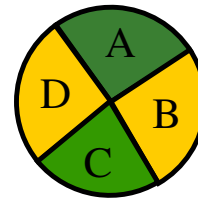
Problema 2.- Hay cuatro regiones (A,B,C,D) para colorear con tres colores diferentes (Rojo, Amarillo y Verde). Si no se puede usar el mismo color para regiones adyacentes, ¿cuántas maneras hay de colorear?



(a) Región D y B son No adyacentes



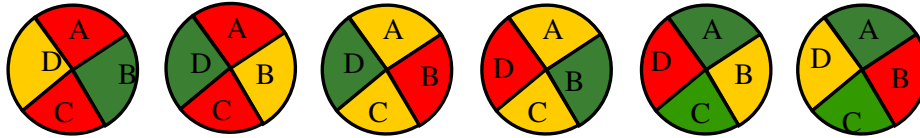
(b) Región A y B son adyacentes



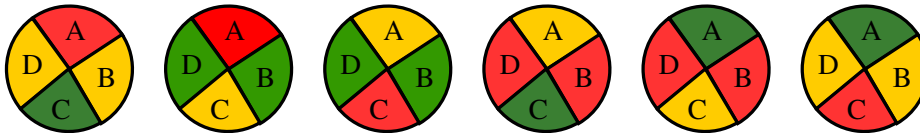
(c) Utilizando dos colores

Nota.- Para el conteo considerar el inciso (a) y descartar el inciso (b) y (c).

Solución. Si las regiones A y C son pintadas del mismo color tenemos:



Si las regiones A y C son pintadas de diferentes colores, tenemos:



Por lo tanto, hay 12 maneras de colorear.

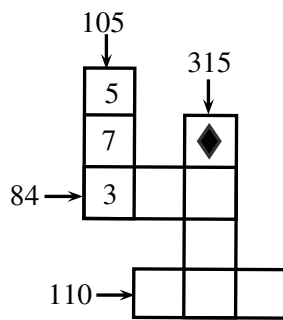
Problema 3.- Las casillas de la figura a continuación se deben completar con números primos. En cada fila o columna, el número del producto debe ser igual al número indicado por la flecha. La columna indicada por 105 ya está llena. ¿Qué número debe escribirse en el cuadro marcado con \blacklozenge ?

Solución. Descomponiendo los números 84, 110 y 315 en sus factores primos tenemos:

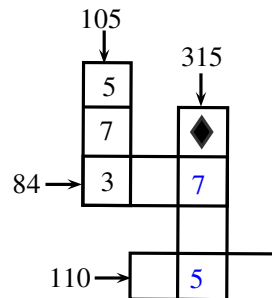
$$84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

$$110 = 2 \times 5 \times 11$$

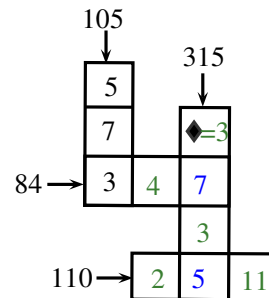
$$315 = 3^2 \times 5 \times 7$$



El factor común que tienen los números 84 y 315 es 7. El factor común que tienen los números 110 y 315 es 5. Luego colocando en la casilla correspondiente (Ver (j)):



(j) Factor común 5 y 7



(k) Todos los factores primos

Ahora, colocando el resto de los factores tenemos (Ver (k))

Por lo tanto, $\blacklozenge = 3$.

Problema 4.- Calcula el producto

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2019}\right)$$

Solución.

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2019}\right) &= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \cdots \times \frac{1}{2018} \times \frac{2018}{2019} \\ &= \frac{1}{2019} \end{aligned}$$

Problema 5.- ¿Que valor debe tener \star para que se cumpla la igualdad $27 - 11 - 5 = 19 - 13 + \star$?

Solución. El valor que debe tener $\star = 5$. Ya que si reemplazamos en la ecuación, obtenemos:

$$\begin{aligned} 27 - 11 - 5 &= 19 - 13 + 5 \\ 11 &= 6 + 5 \\ 11 &= 11 \end{aligned}$$