

SOLUCIÓN A LA PRUEBA DE LA FASE FINAL
CATEGORÍA β
3ro. y 4to. de secundaria

Problema 1.- Maria suma 31 números enteros consecutivos y obtiene 496, luego se percató que el número central representa la edad que ella tiene. ¿Qué edad tiene Maria?

Solución. Sean x = la edad de Maria. Los 31 números que suma Maria es:

$$x-15, x-14, x-13, \dots, x-2, x-1, \underbrace{x}_{\text{número central}}, x+1, x+2, \dots, x+13, x+14, x+15$$

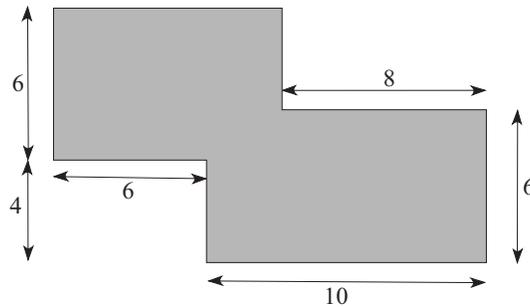
$$\text{Suma} = 31x$$

$$496 = 31x$$

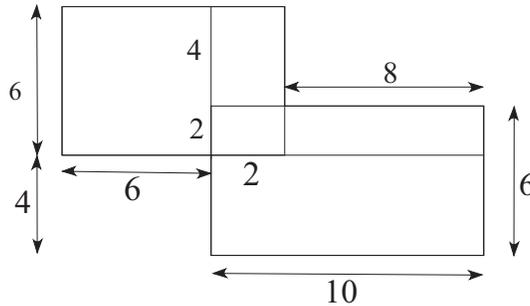
$$16 = x$$

Por lo tanto, la edad de Maria es 16.

Problema 2.- Si la unidad de medida es el metro, calcula el área de la figura sombreada.



Solución. Dividiendo la región sombreada en 5 rectángulos cuyas longitudes de sus lados se muestra en la siguiente figura.



Luego sumando las áreas de estos cinco rectángulos tenemos

$$(6)(6) + (2)(2) + (2)(4) + (10)(4) + (8)(2) = 104$$

Luego en área de la figura sombreada es de 104 m^2

Problema 3.- La tabla

| Equipo | V | E | D | GP | GC |
|--------|---|---|---|----|----|
| A | 4 | 1 | 0 | 6 | 2 |
| B | 2 | 1 | 2 | 6 | 6 |
| C | 0 | 3 | 2 | 2 | 6 |
| D | 1 | 1 | y | 3 | 6 |
| E | 0 | 1 | 4 | 1 | 5 |
| F | x | 1 | 0 | z | 3 |

muestra los resultados finales de un campeonato de futbol en el cual participaron 6 equipos donde

- V es el número de victorias de cada equipo.
- E el número de empates.
- D el número de derrotas.
- GP número de goles convertidos.
- GC goles en contra.

Si se sabe que cada equipo a disputado exactamente un partido con otro ¿Cuántos partidos fueron disputados? . La tabla está incompleta: determine la cantidad de victorias del equipo F, la cantidad de derrotas del equipo D y la cantidad de goles convertidos por el equipo F, representados por x , y y z en la tabla.

Solución. Podemos formar grupos de dos letras para identificar la cantidad de partidos disputados: AB, AC, AD, AE, AF, BC, BD, BE, BF, CD, CE, CF, DE, DF, EF, el número de partidos es 15.

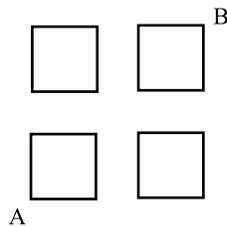
La suma de victorias, empates y derrotas es igual a 5, por lo tanto $x + 1 + 0 = 5$ de donde $x = 4$, el equipo F terminó el campeonato con 4 victorias, por otro lado como $1 + 1 + y = 5$, es decir $y = 3$, el equipo D sufrió 3 derrotas. El número de goles convertidos, en todo el campeonato, es igual al número de goles recibidos es decir

$$6 + 6 + 2 + 3 + 1 + z = 2 + 6 + 6 + 6 + 5 + 3$$

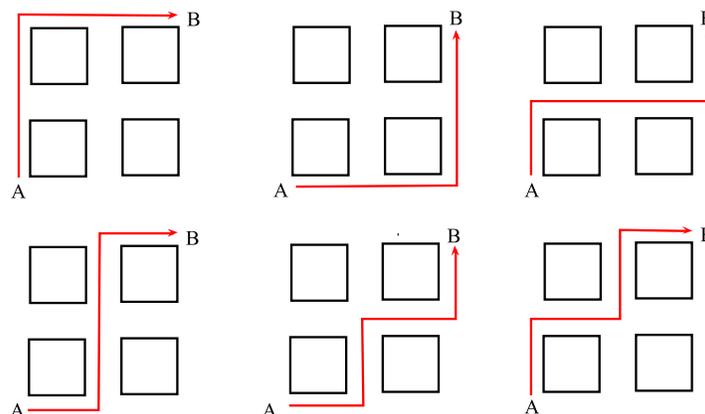
ó $18 + z = 28$ de donde $z = 10$, el equipo F convirtió 10 goles en todo el campeonato.

Problema 4.-Juan para poder llegar a su escuela tiene que caminar del punto A (su casa) al punto B (la escuela), como se muestra en la figura.

¿De cuántas formas puede llegar Juan a su escuela, si solo puede caminar a la derecha y verticalmente hacia arriba?



Solucion. En las siguientes figuras mostramos las posibilidades que tiene Juan de ir de su casa a su escuela



Luego el Juan tiene 6 posibilidades de rutas de su casa a la escuela.

Problema 5.- Una pelota de futbol está formada de piezas de cuero blancas y negras. Las piezas negras son pentágonos regulares y las piezas blancas son hexágonos regulares. Cada pentágono está rodeado por 5 hexágonos y cada hexágono está rodeado por 3 pentágonos y 3 hexágonos. La pelota tiene 12 pentágonos negros. ¿Cuántos hexágonos blancos tiene?



Solución. Si hay 12 pentágonos en total y cada uno toca cinco hexágonos, entonces hay $12 \times 5 = 60$ costuras entre hexágonos y pentágonos. Cada hexágono está unido con otros 3 pentágonos (tiene 3 costuras de este tipo), así que el total de hexágonos es $\frac{60}{3} = 20$.