Soluciones a la fase final

Categoría Alfa

1. Una pareja de abuelitos decide celebrar su aniversario en una pizzería muy reconocida, la feliz pareja está acompañada de sus familiares más cercanos. Al final de la cena, la cuenta se divide a partes iguales entre todos los presentes y cada uno debería pagar 12 Bolivianos. Sin embargo, con gran generosidad, los familiares deciden ofrecer la cena a la feliz pareja; la cuenta se divide nuevamente en partes iguales entre los familiares (es decir, todos los familiares excepto la feliz pareja), y cada uno han de pagan 16 Bolivianos. ¿Cuántos parientes de la feliz pareja asistieron a la cena ?.
   Solucion. Excluyendo a la pareja de abuelitos, tomemos a la variable p como el número de parientes de la pareja. En la factura de la cena las situaciones de pago $12(p+2)$ y $16p$ deben coincidir, es decir $12p+24=16p$ de lo cual obtenemos $p=6$.
2. En la siguiente tabla, x es un número por determinar. Es posible escribir un número entero distinto en cada casilla de tal forma que la suma de los tres números enteros encontrados en cualquier fila, columna o diagonal, es siempre la misma. Halla el valor de x y completa la tabla:

		6
x	4	5

   Solución.Sumando los números de la fila inferior encontramos $9+x$: este es el valor a obtener sumando los números de cualquier fila, columna o diagonal. Considerando la suma de números en la diagonal que va de arriba a la derecha a abajo a la izquierda, inmediatamente obtenemos $d=3$. Si luego consideramos la diagonal que va de la parte superior izquierda a la inferior derecha, encontramos que una debe ser igual a $1+x$. En la columna de la derecha encontramos $e=x-2$ y por lo tanto, en la fila central, encontramos $c=8$. En este punto, sumando los números de la primera columna encontramos $a+c+x=1+x+8+x=9+2x$; esta suma debe coincidir con $9+x$ de la que se obtiene $x=0$. Entonces la cuadrícula completa es:

1	2	6
8	3	-2
0	4	5

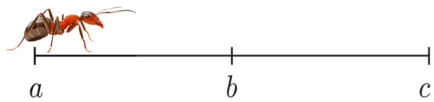
3. Por protocolos de bioseguridad, 5 puertas contiguas del estadio han sido habilitadas para el ingreso de los espectadores del clásico paceño y se ha diseñado la siguiente regla organizativa: Una persona puede entrar por la primera puerta, luego dos personas por la segunda puerta, luego tres personas por la tercera, luego cuatro personas por la cuarta y finalmente cinco personas por la quinta, se inicia nuevamente con el proceso hasta que todos hayan ingresado. Sabiendo que René será la 2007-ª persona en ingresar, ¿por cuál puerta ingresará?
   Solución. La secuencia de personas que entran por las puertas se repite exactamente cada 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 personas. En consecuencia, la persona 2007 entrará por la misma puerta desde la cual entra en la n-ésima persona, donde n es el resto de la división de 2007 entre 15, es decir, $n=12$. Dado que los espectadores del 11 al 15 entran por la quinta puerta, René entra por la puerta 5.
4. De un recipiente se extrae 5 litros de chocolate, por un accidente, se ha derramado la mitad y se añade 4 litros más, finalmente se gasta la mitad del resto mas 3 quedando sólo 6 litros. ¿Cuántos litros de chocolate se usó?.

Solución.

$$\frac{\frac{x-5}{2}+4}{2}-3=6 \Rightarrow x=21$$

por lo tanto se usó $21-6=15$ litros.

5. El movimiento de una hormiga sobre los puntos a, b y c dispuestas como en la figura



es de una unidad por segundo.

Iniciando siempre en a y considerando movimientos de ida y de vuelta sobre los puntos:

a) ¿Cuántos posibles caminos hay en 3 segundos?

b) ¿Cuantos posibles caminos existen en 6 segundos?

Solución. a) $a-b-a-b$ y $a-b-c-b$.

b) En los segundos impares la hormiga siempre esta en 1, en los segundos pares está en 0 o en 2 luego el número de caminos posibles después de 6 segundos es

$$1\times2\times1\times2\times1\times2=8.$$