Soluciones a la prueba de la

1ra. Fase

Categoría BETA

Problema 1. Calcula el siguiente producto.

$$\left(\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}\right)\left(\frac{\frac{1}{4}-\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}}\right)\left(\frac{\frac{1}{6}-\frac{1}{7}}{\frac{1}{7}-\frac{1}{8}}\right)\cdots\left(\frac{\frac{1}{48}-\frac{1}{49}}{\frac{1}{49}-\frac{1}{50}}\right)$$

A) 20 B) 0,04 C) 25 D) 50 E) Ninguno.

Solución. Restando las fracciones tenemos: $\left(\frac{+\frac{1}{6}}{\frac{1}{12}}\right)\left(\frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{30}}\right)\left(\frac{\frac{1}{42}}{\frac{1}{56}}\right)\cdots\left(\frac{\frac{1}{2352}}{\frac{1}{2450}}\right)$

$= \left(\frac{12}{6}\right)\left(\frac{30}{20}\right)\left(\frac{56}{42}\right)\cdots\left(\frac{2450}{2352}\right)$

$= \left(\frac{\cancel{2}}{1}\right)\left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}\right)\left(\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}\right)\cdots\left(\frac{\cancel{24}}{\cancel{23}}\right)\left(\frac{25}{\cancel{24}}\right) = 25$

Respuesta c) 25.

Problema 2. En cada mes Dolores ahorra 30 Bs. mas que Miguel, lo que ahorra Dolores en 5 meses es igual a lo que ahorra Miguel en medio año. ¿Cuántos Bs. puede ahorrar Miguel en un año?.

A) 2400 B) 2160 C) 1500 D) 1440 E) 1800

Solución. Sea x lo que ahorra Miguel en un mes. Ahora consideremos la siguiente tabla:

	1 mes	2 meses	3 meses	4 meses	5 meses	6 meses	7 meses	12 meses
Miguel	x	$2x$	$3x$	$4x$	$5x$	$6x$	$7x$	$12x=?$
Dolores	$x+30$	$2(x+30)$	$3(x+30)$	$4(x+30)$	$5(x+30)$	$6(x+30)$	$7(x+30)$	

Por condición del problema: $5(x+30) = 6x \Rightarrow x = 150\ Bs$.
Así por año será: $12x = 12(150) = 1800\ Bs$.

Respuesta e) 1800.

Problema 3. Se desean repartir 35 libros entre varias personas de manera que no tengan la misma cantidad. La máxima cantidad de personas a las que se les puede repartirlos libros es:

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) Ninguna

Solución. Si repartimos 1 al primero, 2 al segundo y así sucesivamente, podemos repartir $1+2+3+4+5+6+7=\frac{7\cdot 8}{2}=28$ libros y faltan 7 por repartir.
una posibilidad es darle uno mas a cada uno y así repartirían a 7 personas.
Otra posibilidad es repartirlos de la forma $1,2,3,4,5,6,$ y 14.
Así la máxima cantidad es 7.

Respuesta b) 7.

Problema 4. Si en el cuadrilátero $ABCD$ se tiene que $AD=BC$, $m\angle DAC=50^{o}$, $m\angle DCA=65^{o}$ y $m\angle ACB=70^{o}$, entonces $m\angle ABC$ es:

A) 50º B) 55º C) 60º D) 65º E) Ninguna

Solución. Se tiene que la suma de las medidas de los ángulos internos del $\triangle ADC$ es 180°.
Ahora $m\angle ADC=180°-(50°+65°)=65°$.
El $\triangle ADC$ es isósceles y $AC=AD$.
Como $AD=BC$ y comparten el lado $\overline{AC}$, el $\triangle ABC$ es también isósceles.
Resulta que $AC=AD=BC$.

Luego, $m\angle ABC=\dfrac{180°-70°}{2}=55°$

Respuesta b) 55º.

Problema 5. El número entero $1^n+2^n+3^n+4^n$ **no** es múltiplo de cinco, si n es:

A) 2016 B) 2017 C) 2018 D) 2019 E) 2020

Para que sea múltiplo de 5, el último dígito debe ser 0 o 5. Consideremos los últimos dígitos de las potencias según el siguiente cuadro.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
1^n	1	1	1	1	1	1	1	1
2^n	2	4	8	6	2	4	8	6
3^n	3	9	7	1	3	9	7	1
4^n	4	6	4	6	4	6	4	6
+	0	0	0	4	0	0	0	4

Para que la suma no sea múltiplo de 5, n debe ser múltiplo de 4 y de las operaciones cumple 2016.

Respuesta a) 2016.