Respuestas a la prueba de la segunda fase
Categoría "Beta"

Problema 1
En una caja hay pelotas de 5 colores diferentes: 2 rojas, 3 azules, 10 blancas, 4 verdes y 3 amarillas. José toma pelotas de la caja, de una por una, con los ojos vendados. Las pelotas no se regresan a la caja. ¿Cuál es la menor cantidad de pelotas que José debe sacar para asegurar que hay dos pelotas del mismo color fuera?.
A) 6. B) 8. C) 10. D) 12. E) 22.
Solución:
Si se sacan 5 pelotas es posible que se haya tomado una de cada color, pero si se toman 6 forzosamente un color debe estar repetido.

Respuesta: es el inciso a)

Problema 2
Seis pueblos A, B, C, D, E y F se encuentran a lo largo de una carretera. Las distancias en kilometros entre ellos se muestra en el cuadro.

	A	B	C	D	E	F
A	0	2	20	3	15	8
B	2	0	22	5	17	10
C	20	22	0	17	5	12
D	3	5	17	0	12	5
E	15	17	5	12	0	7
F	8	10	12	5	7	0

Un orden correcto en el que se encuentran los pueblos a lo largo de la carretera es:
A) BADEFC. B) CEFDAB. C) CEFADB. D) FCEDAB. E) Ninguna
Solución:
Del cuadro podemos observar que la distancia más grande está entre C y B por lo que todos los demás puntos deben estar entre ellos.
A continuación se procede a ordenar los demás pueblos desde el mas lejano a C hasta el mas cercano.
Con esto obtenemos que el orden CEFDAB o BADFEC, donde la primera es la que aparece entre las opciones.

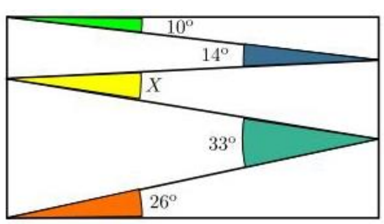
Respuesta: es el inciso b)

Problema 3
María y Luisa compitieron resolviendo una lista de 100 problemas. Algunos problemas no fueron resueltos por ninguna pero otros los resolvieron las dos. Por cada problema resuelto, la primera en resolverlo obtuvo 4 puntos y, en caso que lo hubieran resuelto las dos, la segunda obtuvo sólo 1 punto. Si cada una de ellas resolvió 60 problemas de la lista y entre las dos lograron 312 puntos. ¿Cuántos problemas resolvieron en común?.

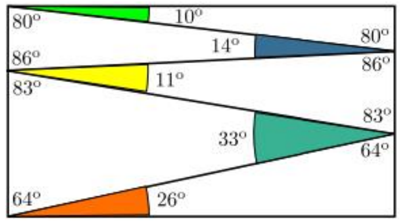
a) 57. b) 56. c) 55. d) 54. d) 53.
Solución:
Llamemosle k a la cantidad de problemas que resolvieron en común. Por cada problema que resuelven en común se suman 5 puntos a la cuenta total, así es que el total de puntos resulta calcular $5k+4(60-k)+4(60-k) = 480-3k$. Luego, como $480-3k = 312$, tenemos $k = 56$.

Respuesta: es el inciso b)

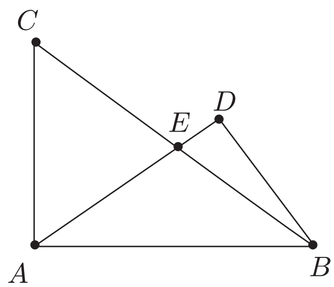
Problema 4. Se dibujaron varias líneas dentro de un rectángulo creando ángulos de $10°$, $14°$, $33°$ y $26°$ como se muestra en la figura. ¿Cuánto mide el ángulo marcado con X?.



Solución:
Como el ángulo DAB es recto, el ángulo EAF mide $90°-10° = 80°$. Fijándonos en el triángulo AFE, tenemos que el ángulo AEF mide $180°-14°-80° = 86°$. Como el ángulo ADC es recto, el ángulo EDG mide $90°-26° = 64°$. Ahora, en el triángulo EGD tenemos que el ángulo DEG mide $180°-33°-64° = 83°$. Luego el ángulo FEG mide $180°-86°-83° = 11°$.



Problema 5. En la figura adjunta se tiene que el $\triangle\, ABC$ es un triángulo rectángulo con $m\ \angle\ BAC$ = 90°, el $\triangle\, ADB$ es también un triángulo rectángulo con $m\ \angle\ ADB$ = 90° , E es el punto de intersección de los segmentos $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$. Si $AC = 15cm.$, $AD = 16cm.$ y $BD = 12cm.$, entonces el área del $\triangle\, ABE$, en centímetros cuadrados, es:



Solución:
De acuerdo con la información dada, considere la figura adjunta. Por el teorema de Pitàgoras, se tiene que $AB = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20cm.$
Observe que $\triangle ABC \sim \triangle DAB$ por el criterio de semejanza lado-ángulo-lado, pues $\frac{AB}{DA} = \frac{AC}{DB}$. Entonces, $m\angle BAE = m\angle ABE$ y por lo tanto $\triangle ABE$ es isósceles. Se traza la altura del $\triangle ABE$ que intersecta al segmento $\overline{AD}$ en el punto F, $AF = FB = 10cm.$
Por otro lado, $\triangle BFE \sim \triangle BAC$ por el criterio de semejanza ángulo-ángulo. Entonces, $\frac{FE}{AC} = \frac{BF}{BA} = \frac{1}{2} \Rightarrow FE = \frac{15}{2}cm$. Por lo tanto, $(AEB) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot FE = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot \frac{15}{2} = 75cm^2$.