Soluciones de la categoría α

α

1ra. Prueba

1. Un adolescente con entrenamiento en lectura lee 160 palabras en 1/2 minuto. ¿Cuántas palabras leerá este adolescente en 1/2 hora?

   (A) 960 (B) 640 (C) 3200 (D) 9600 (E) 1600

   Solución 1. En un minuto lee $2 \times 160 = 320$, entonces en $1/2 hora$ que son 30 minutos leerá $30 \times 320 = 9600$ palabras.

   Solución 2. Llamemos a x el número de palabras en un determinado tiempo. Aplicando la regla de tres simple.

160 palabras	$\longrightarrow$	1/2 minutos
x	$\longrightarrow$	30 minutos (1/2 hora)

   Así, $x = 2 \times 160 \times 30 = 9600$ palabras.

   $$\boxed{\text{Respuesta (D) } 9600}$$

2. Si m es un número par, ¿Cuál de las siguientes expresiones resulta número impar? (A) $m - 4$ (B) $m(m-1)$ (C) $2(m+1)$ (D) $3m+1$ (E) $m(m+1)+m$

   Solución 1. Recordamos que suma o resta de pares es par, suma o resta de impares es par y la suma o resta de un par con impar es impar. Por esto $m - 4$ es par. El producto de un par por cualquier número es par. Por esto $m(m-1)$ es par y también $2(m+1)$. También $3m$ es par y al suma 1 obtenemos impar. Finalmente $m(m+1)$ es par y m es par, por tanto su suma $m(m+1)+m$ es par.

   Solución 2. Un número par es definido por $x = 2k$ y un número impar es definido por $x = 2k - 1$ con k un número entero. Analicemos cada opción:

   Opción(A): $m - 4 = 2k - 4 = 2q$ es par, con $q = k - 4$.

   Opción(B): $m(m-1) = 2k(2k-1) = 2q$ es par, donde $q = k(2k-1)$.

   Opción(C): $2(m+1) = 2k(2k+1) = 2q$ es par, donde $q = k(2k+1)$.

   Opción(D): $3m + 1 = 3(2k) + 1 = 2(q) + 1$ es impar, donde $q = 3k$.

   Opción(E): $m(m+1) + m = 2k(2k+1) + 2k = 2(k(2k+1) + k) = 2q$ es par, donde $q = k(2k+1) + k$.

   Por tanto, la expresión que representa un número impar es $m + 1$.

   $$\boxed{\text{Respuesta (D) } 3m+1}$$

3. Determina el número que representa el punto en la siguiente recta numérica.

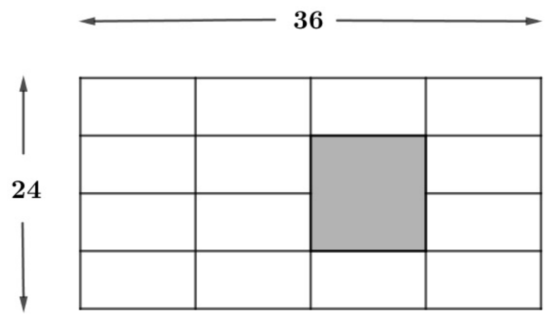
(A) $\frac{1}{5}$ (B) 6 (C) $\frac{6}{10}$ (D) $\frac{6}{5}$ (E) 1

Solución. Como se ve en la figura del 0 al 1 esta dividido en 5 partes iguales, de los cuales estas 5 partes representa a la unidad. De la misma manera de 1 a 2 esta dividido en 5 partes iguales de tal manera tomamos una parte (i.e. 1/5). Así el número que representa ese punto de la recta numérica es igual a:

$$1+\frac{1}{5}=\frac{6}{5}$$

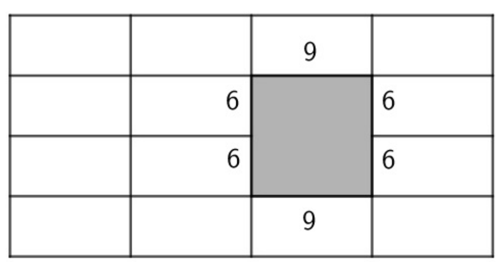
$\boxed{\text{Respuesta (D) } \frac{6}{5}}$

4. Una hoja de papel rectangular que mide 24×36 es dividida en partes iguales como se muestra en la figura ¿Cuál es el perímetro del rectángulo sombreado?



(A) 40 (B) 42 (C) 48 (D) 108 (E) 51

Solución. El ancho de los rectángulos pequeños es igual a $\frac{24}{4}=6$ y el largo (o longitud) del rectángulo es igual a $\frac{36}{4}=9$.



Por tanto, el perímetro buscado es $6+6+9+6+6+9=42$.

$\boxed{\text{Respuesta (B) } 42}$

5. Marycel cuenta los números del 1 al 100 y aplaude si el número que dice es múltiplo de 3 o termina en 3. ¿Cuántas veces aplaudirá Marycel en total?

(A) 30 (B) 33 (C) 36 (D) 39 (E) 43

Solución 1. Primeramente hacemos una lista de los números del 1 al 100. Luego marcamos los números múltiplos de 3 (color verde) y los números que términan en 3 (color rojo), así como se puede ver en la siguiente gráfica:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	8 84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

haciendo el conteo correspondiente de todos los circulos marcados con color verde y rojo, nos da 39. Esto significa que Marycel aplaudirá 39 veces.

Solución 2. Los múltiplos de 3 del 1 al 100, son $3, 6, 9, \ldots, 99$ que son 33 números. Nos falta adicionar números que terminen en 3 que no se hayan considerado, de

$$3, 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93$$

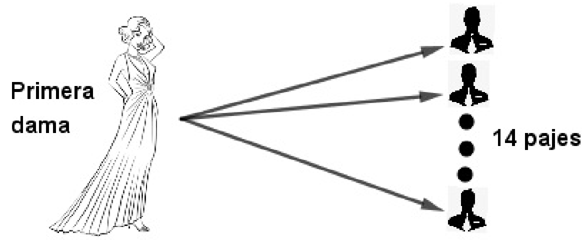
por el criterio de divisibilidad por 3, debemos adicionar a la lista $13, 23, 43, 53, 73, 83$ que son 6. En total Marycel, aplaude $33 + 6 = 39$ veces.

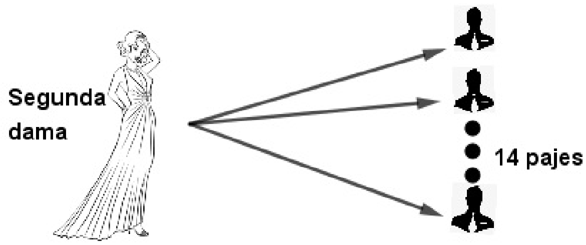
Respuesta (D) 39

6. En una fiesta de 15 años, la corte de la quinceañera está formada por 14 damas(mujeres) y 14 pajes (varones), la quinceañera tiene la difícil tarea de formar parejas. ¿De cuantas maneras puede formar parejas la quinceañera?

(A) 28 (B) 144 (C) 182 (D) 196 (E) 27

Solución. Para una dama, hay 14 pajes, que formarían 14 parejas posibles. Para una segunda dama hay 14 pajes, que formaría 14 parejas posibles nuevamente, tal como se ve en la siguiente figura.





Pero como son 14 damas, entonces la quinceañera podrá formar:

$$\underbrace{14+14+...+14}_{14 veces} = 14 \times 14 = 196 \text{ parejas}$$

$\boxed{\text{Respuesta (D) 196}}$

7. Don Pedro desea comprar un auto a batería para niños como regalo navideño para su hijo, el costo del auto es de 2100 Bs. Si Don Pedro tiene a disposición 10 billetes de 100 Bs., 5 billetes de 200 Bs. y 4 billetes de 50 Bs. ¿De cuántas formas puede cancelar la compra Don Pedro?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Solución 1. Don Pedro tiene disponible los siguiente billetes:

Sabemos que Don Pedro debe pagar por el auto 2100 Bs, como la suma del total a disposición de Don Pedro es 2200 Bs., las formas a cancelar el total son:

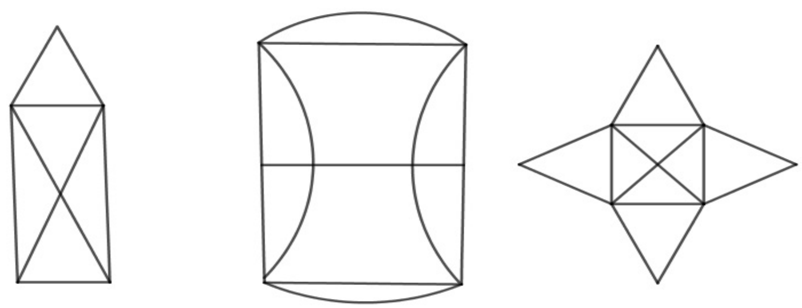
- Los 5 billetes de 200Bs. 9 billetes de 100Bs. y 4 billetes de 50Bs.
- 5 billetes de 200Bs. 10 billetes de 100Bs. y 2 billetes de 50Bs.

Luego hay dos formas de cancelar por el auto.

Solución 2. Don Pedro debe pagar por el auto 2100 Bs, y suma del total a disposición de don Pedro es 2200 Bs. Entonces, las formas de pagar esa cantidad es equivalente a las formas de reunir 100 Bs., que son sólo dos. Sacando un billete de 100 Bs. o dos de 50 Bs.

$$\boxed{\text{Respuesta (B) 2}}$$

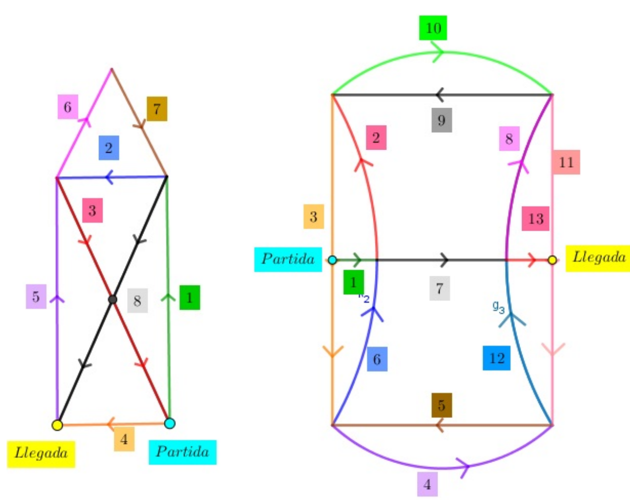
8. ¿Qué figuras se pueden realizar de un sólo trazo y sin levantar el lápiz del papel?



(I) **(II)** **(III)**

(A) (I) y (II) (B) (II) y (III) (C) (I) y (III) (D) Sólo (I) (E) Sólo (II)

Solución. Como se puede apreciar en la imagen las dos figuras que se pueden realizar sin levantar el lápiz y sin repetir son (I) y (II), con excepción de la figura (III) ya que faltaría por trazar un borde, pues es igual que la figura (I) pero este tiene tres bordes mas que la figura (I).



(I) (II)

No es posible trazar (III). Cada vez que línea significa que se llega a un punto o se sale de un punto, entonces cada vez que sea posible hacer un dibujo de este tipo solamente pueden haber dos puntos con un número impar de líneas que concurren a ese punto, el punto de inicio y el punto final. En este dibujo hay cuatro.

Respuesta (A) (I) y (II)

9. En cierto mes hubo tres martes que correspondieron a fechas pares. ¿Qué día de la semana fue el 21 de ese mes?

(A) Miércoles (B) Jueves (C) Viernes (D) Sábado (E) Domingo

Solución 1. El hecho de que una semana tenga siete días hace que si un día de la semana es par la siguiente vez que ese mismo día tenga fecha par es 14 días después. Esto solamente es posible, si el primer martes es 2. Si fuese 4 los días no son suficientes. Entonces 16 es martes, de donde es fácil ver que el 21 es domingo.

Solución 2. Comenzando el primer día del mes en lunes, como se aprecia en la figura se puede ver que el día 21 es domingo.

Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**	**Sábado**	**Domingo**
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

Si suponemos que el primer día del mes es martes entonces este mes tendría 2 martes pares, ahora si suponemos que el primer día del mes es miércoles de igual manera este mes tendría 2 martes con fechas pares.

Con lo que podemos concluir que en un mes a lo sumo puede tener 5 martes de los cuales 3 son pares y 2 impares o 2 martes pares y 3 impares, y si en el mes hay 4 martes 2 son pares y 2 son impares.

Por tanto, el único día, de la fecha 21 del mes es domingo.

Respuesta (E) Domingo