



18^{va} OLIMPIADA PACEÑA DE MATEMÁTICA

... *multiplicando el talento*

Un proyecto de interacción social de la Carrera de Matemática y del
Intituto de Investigación Matemática IIMAT,
Facultad de Ciencias Puras y Naturales,
Universidad Mayor de San Andrés,
La Paz, Bolivia.



CATEGORÍA α

Fase Final

14 de noviembre de 2021

Instrucciones

1. Esta prueba tiene una duración de 70 minutos.
2. No está permitido: utilizar calculadoras, consultar apuntes o libros.
3. Esta es una prueba de 4 problemas de desarrollo.
4. Escribir sus respuestas en hojas de papel.
5. *Debes desarrollar las respuestas a los problemas de la manera más completa y clara posible. Es decir, cada respuesta debe estar propiamente justificada.*
6. En la primera hoja escriba su nombre completo y su unidad educativa
7. Al finalizar la prueba deberas escanear todas tus hojas en el orden que encuentres correcto y como últimas hojas tu CI original. Entonces generar un solo archivo PDF con el nombre

nombreapellidosALFA2021.pdf

Este archivo se debe entregar como la tarea que corresponde a esta prueba.



CARRERA DE
MATEMÁTICA



IIMAT

Olimpiada Pacesña de Matemática
Av. Villazón 1995 Predio Central UMSA,
Planta Baja del Edificio Antiguo, Teléfono 2441578,
e-mail: opmatumsa@fcpn.edu.bo

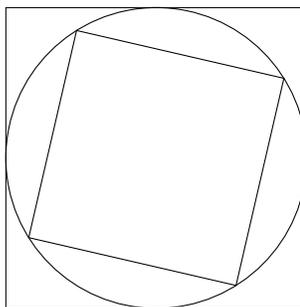
<http://opmat.fcpn.edu.bo/>

1. Se escriben los números enteros positivos desde el 1 hasta el 2021, uno a continuación de otros, sin espacios intermedios. Así, se ve una larga secuencia de dígitos:

1234567891011121314...201920202021

¿Cuántos dígitos se escriben antes de escribir por primera vez tres 9 seguidos?

2. Un número entero positivo m se dice que es *especial* si la suma de los dígitos de m es impar y la suma de los dígitos de $m + 1$ también es impar. Por ejemplo, 49 es especial, porque $49 + 1 = 50$, además $4 + 9 = 13$ y $5 + 0 = 5$ son ambos impares. Determinar cuántos números menores a 1000 son especiales.
3. En cuadrado de lado 8 está inscrita una circunferencia y en esta está inscrito un cuadrado como se muestra en la figura. Calcular el área del cuadrado pequeño.



4. Se suma dos veces el número 540, obteniendo

$$540 + 540 = 1080.$$

Luego se suma tres veces, obteniendo

$$540 + 540 + 540 = 1620.$$

¿Cuál es la menor cantidad de veces que debe sumarse 540 para que el número que se obtenga sea un cuadrado perfecto y también sea un cubo perfecto?

Los cuadrados perfectos son 1, 4, 9, 16, 25, 36, ...

Los cubos perfectos son 1, 8, 27, 64, 125, ...