



# 18<sup>va</sup> OLIMPIADA PACEÑA DE MATEMÁTICA

... *multiplicando el talento*

Un proyecto de interacción social de la Carrera de Matemática y del  
Intituto de Investigación Matemática IIMAT,  
Facultad de Ciencias Puras y Naturales,  
Universidad Mayor de San Andrés,  
La Paz, Bolivia.



## CATEGORÍA $\gamma$

### Fase Final

15 de noviembre de 2021

---

### Instrucciones

---

1. Esta prueba tiene una duración de 130 minutos.
2. No está permitido: utilizar calculadoras, consultar apuntes o libros.
3. Esta es una prueba de 4 problemas de desarrollo.
4. Escribir sus respuestas en hojas de papel.
5. *Debes desarrollar las respuestas a los problemas de la manera más completa y clara posible. Es decir, cada respuesta debe estar propiamente justificada.*
6. En la primera hoja escriba su nombre completo y su unidad educativa
7. Al finalizar la prueba deberas escanear todas tus hojas en el orden que encuentres correcto y como últimas hojas tu CI original. Entonces generar un solo archivo PDF con el nombre

*nombreakellidosGAMA2021.pdf*

Este archivo se debe entregar como la tarea que corresponde a esta prueba.

---



CARRERA DE  
MATEMÁTICA



IIMAT

Olimpiada Pacesña de Matemática  
Av. Villazón 1995 Predio Central UMSA,  
Planta Baja del Edificio Antiguo, Teléfono 2441578,  
e-mail: [opmatumsa@fcpn.edu.bo](mailto:opmatumsa@fcpn.edu.bo)

<http://opmat.fcpn.edu.bo/>

1. Si  $a, b, c$  son las raíces de la ecuación  $3x^3 - 3x^2 - 2x + 1 = 0$ , calcular

$$\frac{1}{a-1} + \frac{1}{b-1} + \frac{1}{c-1}$$

2. Determinar el máximo común divisor de los números

$$5^5 - 5, 7^7 - 7, 9^9 - 9, \dots, 2021^{2021} - 2021.$$

3. En un cuadrilátero  $ABCD$ , se sabe que  $\angle A = \angle B = \angle C = 30^\circ$ ,  $AB = 4$  y  $BC = 2\sqrt{3}$ .  
Entonces el área del cuadrilátero  $ABCD$ .

4. Calcule la cantidad de formas de llenar cada celda en una cuadrícula cuadrada de  $10 \times 10$  con una de las letras O, P o M de manera que cada cuadrado de  $2 \times 2$  en la cuadrícula contenga las letras O, M, M, P en algún orden.