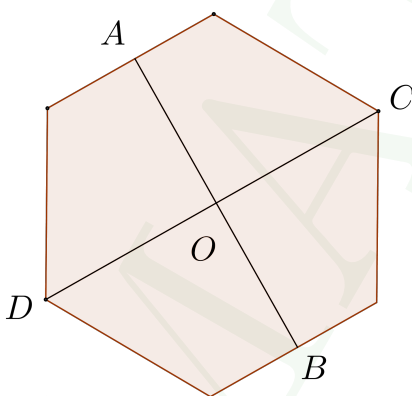


19° OLIMPIADA PACEÑA DE MATEMÁTICA – UMSA 2022

Categoría  $\gamma$ 

## Segunda Prueba de Clasificación

1. El segmento  $\overline{CD}$  conecta dos vértices diametralmente opuestos de un hexágono. El segmento  $\overline{AB}$  conecta los puntos medios de dos lados opuestos del mismo. Si el área del hexágono es  $2022 \text{ cm}^2$ , ¿cuál es el producto de  $AB$  y  $CD$ ?



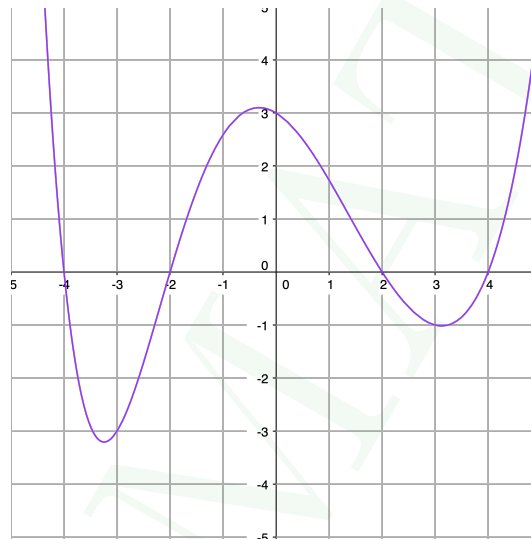
- (A) 2021   (B) 2695   (C) 2022   (D) 2696   (E) Ninguno
2. Considere  $N$  un entero positivo con exactamente dos divisores primos. Si  $N^2$  tiene 35 divisores naturales ¿cuántos divisores naturales tiene  $N^3$ ?
- (A) 69   (B) 70   (C) 71   (D) 72   (E) Ninguno
3. Sea  $f$  un polinomio tal que  $f(x^2 + 1) = x^4 + 4x^2$ . Podemos decir que  $f(x^2 - 1)$  es igual a:
- (A)  $x^4 + 1$    (B)  $x^4$    (C)  $x^4 - 4$    (D)  $x^4 + 4$    (E) Ninguno
4. Sea  $A$  un conjunto de 2023 enteros positivos consecutivos, cuyo elemento más pequeño es  $a$ . Determine el valor más pequeño de  $a$  para el cual la suma de los elementos de  $A$  es un cuadrado perfecto par.
- (A) 361   (B) 362   (C) 363   (D) 364   (E) Ninguno

5. La función  $f$  es tal que  $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$  y  $f(1) = 2$ .

¿Cuál es el valor de  $\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \cdots + \frac{f(2023)}{f(2022)}$ ?

(A) 4044 (B) 4045 (C) 2023 (D) 2022 (E) Ninguno

6. A continuación, tenemos la gráfica de la función  $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ . ¿Cuántas soluciones distintas tiene la ecuación  $f(f(x)) = 0$ ?



(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 4 (E) Ninguno

7. Una lista infinita de números  $\{a_1, a_2, a_3, \dots\}$  tiene la siguiente propiedad: para todo número entero  $n$  mayor que 0, la media aritmética de los primeros  $n$  términos es  $n$ . ¿Cuántos de estos términos son más pequeños que 2023?

RESPUESTA:

8. La suma de los primeros  $n$  enteros positivos es un número de tres dígitos iguales. ¿Cuál es la suma de los dígitos de  $n$ ?

RESPUESTA: