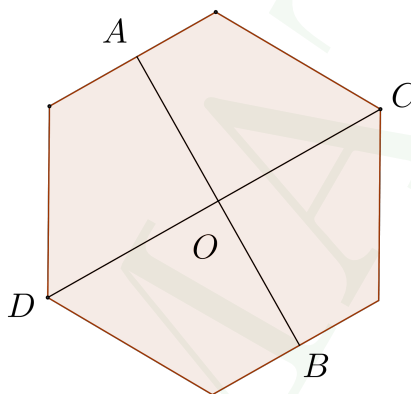


19° OLIMPIADA PACEÑA DE MATEMÁTICA – UMSA 2022

Categoría γ

Segunda Prueba de Clasificación

1. El segmento \overline{CD} conecta dos vértices diametralmente opuestos de un hexágono. El segmento \overline{AB} conecta los puntos medios de dos lados opuestos del mismo. Si el área del hexágono es 2022 cm^2 , ¿cuál es el producto de AB y CD ?



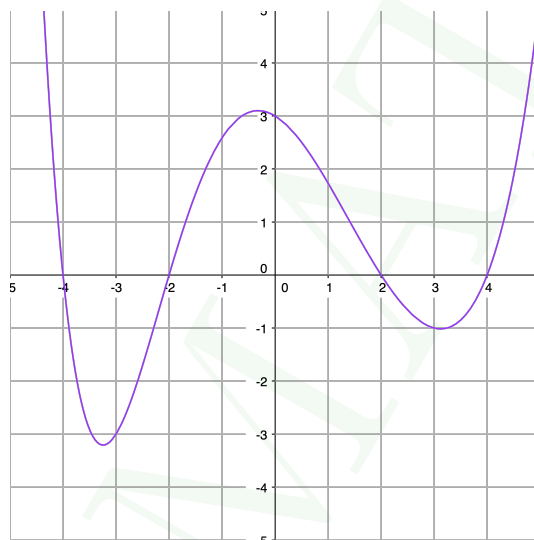
- (A) 2021 (B) 2695 (C) 2022 (D) 2696 ✓ (E) Ninguno
2. Considere N un entero positivo con exactamente dos divisores primos. Si N^2 tiene 35 divisores naturales ¿cuántos divisores naturales tiene N^3 ?
- (A) 69 (B) 70 (C) 71 (D) 72 (E) Ninguno
3. Sea f un polinomio tal que $f(x^2 + 1) = x^4 + 4x^2$. Podemos decir que $f(x^2 - 1)$ es igual a:
- (A) $x^4 + 1$ (B) x^4 (C) $x^4 - 4$ ✓ (D) $x^4 + 4$ (E) Ninguno
4. Sea A un conjunto de 2023 enteros positivos consecutivos, cuyo elemento más pequeño es a . Determine el valor más pequeño de a para el cual la suma de los elementos de A es un cuadrado perfecto par.
- (A) 361 ✓ (B) 362 (C) 363 (D) 364 (E) Ninguno

5. La función f es tal que $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ y $f(1) = 2$.

¿Cuál es el valor de $\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \cdots + \frac{f(2023)}{f(2022)}$?

- (A) 4044 ✓ (B) 4045 (C) 2023 (D) 2022 (E) Ninguno

6. A continuación, tenemos la gráfica de la función $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$. ¿Cuántas soluciones distintas tiene la ecuación $f(f(x)) = 0$?



- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 4 (E) Ninguno

7. Una lista infinita de números $\{a_1, a_2, a_3, \dots\}$ tiene la siguiente propiedad: para todo número entero n mayor que 0, la media aritmética de los primeros n términos es n . ¿Cuántos de estos términos son más pequeños que 2023?

RESPUESTA: 1011

8. La suma de los primeros n enteros positivos es un número de tres dígitos iguales. ¿Cuál es la suma de los dígitos de n ?

RESPUESTA: 9