



20^{va} OLIMPIADA PACEÑA DE MATEMÁTICA

Carrera de Matemática – Instituto de Investigación Matemática
Facultad de Ciencias Puras y Naturales,
Universidad Mayor de San Andrés.



PRIMERA FASE

Prueba de clasificación

PREGUNTAS Y SOLUCIONES

CATEGORÍA α “ALFA”

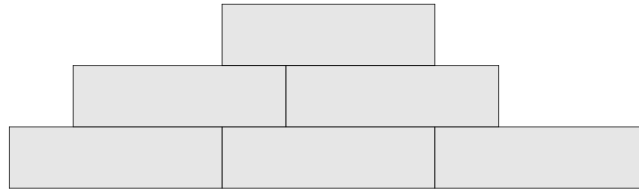
1^{ro} Y 2^{do} DE SECUNDARIA



Agosto de 2023

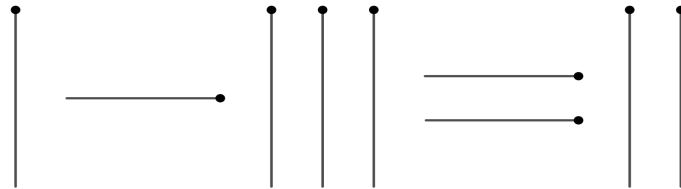
Preguntas

Problema 1. Determine el perímetro de la siguiente figura si hay seis rectángulos cada uno de largo 10 cm y de ancho 3 cm.



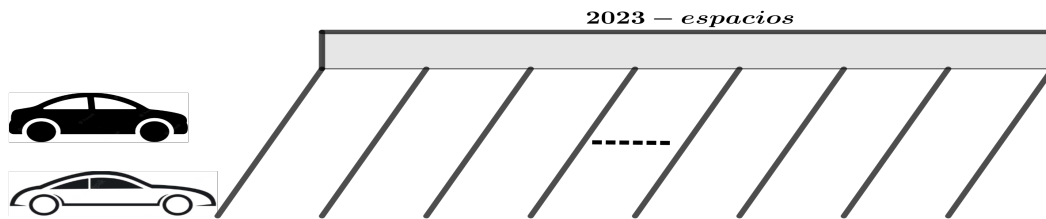
- (A) 72 cm (B) 98 cm (C) 78 cm (D) 54 cm (E) 44 cm

Problema 2. En la siguiente figura están colocados palitos de fósforo, ¿cuál es la cantidad mínima de palitos que se debe mover para que la operación sea correcta?



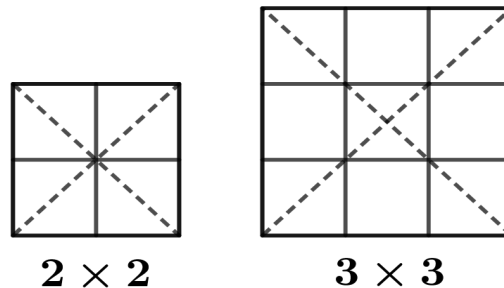
- (A) 3 (B) 4 (C) 2 (D) 1 (E) 5

Problema 3. ¿De cuántas maneras dos personas pueden estacionar sus coches en un estacionamiento con 2023 espacios?



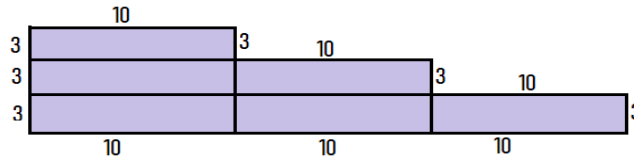
- (A) 4090 (B) 40905 (C) 4090506 (D) 4090503 (E) 4090504

Problema 4. En un tablero de 2×2 las dos diagonales cortan 4 cuadrados y en un tablero de 3×3 las dos diagonales cortan 5 cuadrados.



Soluciones

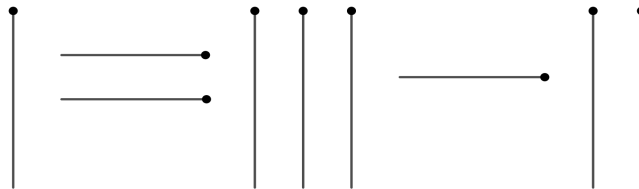
Solución. (Del problema 1) Para realizar el cálculo del perímetro de la figura vamos a reorganizarla de la siguiente manera:



La longitud de la base de la figura mide $10 + 10 + 10 = 30$ cm; la suma de todos los otros lados horizontales, sin contar la base, también mide 30 cm y como el ancho de cada rectángulo mide 3 cm la suma de todos los lados verticales mide $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$ cm. Así, el perímetro de la figura es $30 + 30 + 18 = 78$ cm.

Respuesta. 78 cm (Opción: C.)

Solución. (Del problema 2) Note que sólo debemos efectuar el movimiento de un palito horizontal:

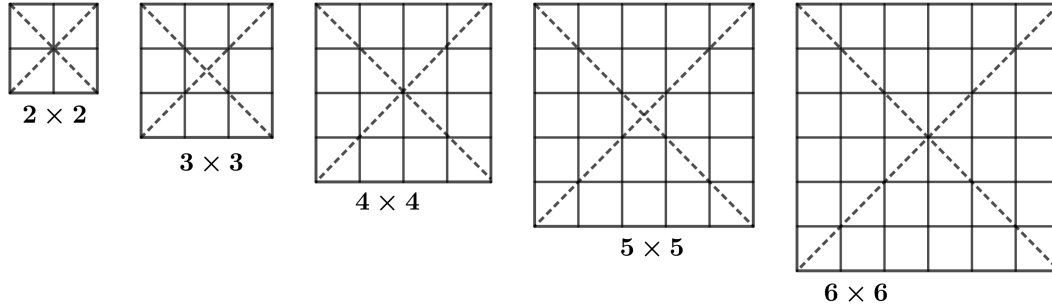


Respuesta. 1 (Opción: D.)

Solución. (Del problema 3) El primer coche puede ser estacionado de 2023 formas distintas; una vez estacionado, el segundo coche puede ser estacionado de 2022 formas distintas pues un espacio ya está ocupado. Por el principio de multiplicación existen $2022 \times 2023 = 4090506$ maneras en la que dos personas pueden estacionar sus coches en un garaje con 2023 espacios.

Respuesta. 4090506 (Opción: C.)

Solución. (Del problema 4) En los tableros de tamaños pares: 2×2 , 4×4 , 6×6 , etc., las diagonales pasan por un sólo cuadrado de cada fila y se intersectan en un sólo punto: en este caso, el número de cuadrados que cortan las diagonales coincide con la suma de los lados del tablero.



En los tableros de tamaños impares: 3×3 , 5×5 , 7×7 , etc., las diagonales pasan por un sólo cuadrado de cada fila pero se intersectan en el interior del cuadrado central, eso significa que las diagonales cortan al cuadrado central dos veces; vea la figura anterior. Así, en un tablero de dimensión impar como 15×15 tenemos que el número de cuadrados que cortan las diagonales es $15 + 15 - 1 = 29$.

Respuesta. 29 (Opción: E.)

Solución. (Del problema 5) Los números para utilizar son 3, 4, 5, 6 y 7. En el cuadrado a la derecha de la igualdad anotamos el número 3 : si usamos otro número el producto es muy grande y será difícil alcanzar combinando 4, 5, 6 o 7. En el lado izquierdo de la igualdad debemos obtener un número que sea múltiplo de 3 : debemos anotar el número 6. Hasta el momento tenemos:

$$[(\square + \square) - \blacksquare] \times \boxed{6} = 16 \times \boxed{3},$$

que al simplificar nos produce la igualdad $[(\square + \square) - \blacksquare] = 8$. Podemos notar que sólo tenemos dos posibilidades: $7 + 5 - 4 = 8$ o $5 + 7 - 4 = 8$, en ambos casos, en el cuadro sombreado debe anotarse el número 4.

Respuesta. 4 (Opción: C.)

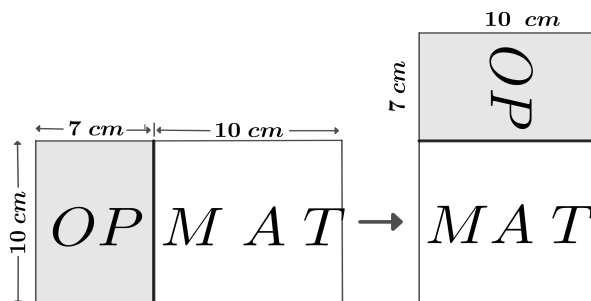
Solución. (Del problema 6) Para hallar el valor del número x , usamos el hecho de que la suma de cualquier fila, columna o diagonal es igual a 15 : ya que la suma total de los números del cuadrado es $1 + 2 + 3 + \dots + 8 + 9 = 45$ y ya que la suma en cada fila da el mismo valor, al existir tres filas, la suma de cualquier fila da $45/3 = 15$. Por otra parte, al sumar el valor de la única fila, única columna y dos diagonales que contienen a x , conseguimos $4 \times 15 = 60$. Esto significa que, al sumar cada elemento del cuadrado mágico por única vez más cuatro veces el valor de x conseguimos

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 3x = 60,$$

luego $45 + 3x = 60$ y así se consigue $x = 5$.

Respuesta. 5 (Opción: C.)

Solución. (Del problema 7)



La medida de un lado del rectángulo que contiene las letras **O** y **P** es 10 cm . Por otra parte, podemos observar que el otro lado del mismo rectángulo coincide con un lado del rectángulo que contiene las letras **M**, **A** y **T**; así, la medida del otro lado del rectángulo que contiene las letras **O** y **P** es 7 cm . Concluimos que el área del rectángulo es $10\text{ cm} \times 7\text{ cm} = 70\text{ cm}^2$.

Respuesta. 70 cm^2 (Opción: A.)

Solución. (Del problema 8) Los números primos impares entre 1 y 30 son: 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29. Así la sumas de todos estos dígitos es: $3+5+7+1+1+1+3+1+7+1+9+2+3+2+9 = 55$.

Respuesta. 55 (Opción: C.)