

20_A OLIMPIADA PACEÑA DE MATEMÁTICA

Carrera de Matemática – Instituto de Investigación Matemática,
Facultad de Ciencias Puras y Naturales,
Universidad Mayor de San Andrés.



FASE FINAL CATEGORÍA γ : 5^{to} Y 6^{to} DE SECUNDARIA

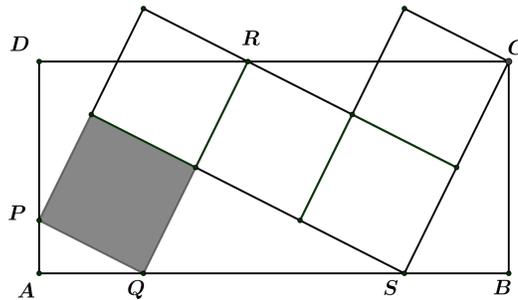
Problema 1. Si a, b y c son números reales que cumplen las igualdades

$$\begin{cases} \frac{ab}{a+b} = 2 \\ \frac{bc}{b+c} = 5 \\ \frac{ca}{c+a} = 9 \end{cases}$$

Encuentra el valor de

$$\frac{abc}{ab+bc+ca}.$$

Problema 2. En la figura, los puntos P, Q, R y S se encuentran sobre los lados del rectángulo $ABCD$. Si sabemos que el área de cada cuadrado pequeño es 1 unidad, determine el área del rectángulo $ABCD$.



Problema 3. En la Isla de la Mala Suerte viven personas que siempre dicen la verdad y personas que siempre mienten. Un día, 2023 nativos incluidos los N mentirosos, se colocaron en círculo y cada uno dijo: “Mis dos vecinos son mentirosos”. ¿Cuántos valores diferentes puede tomar N ?

Problema 4. Si a y b son enteros positivos que son primos relativos, verifique que el máximo común divisor de $a^2 + b^2 - 5ab$ y de $a + b$ divide a 7.