

Segunda Fase: problemas y soluciones

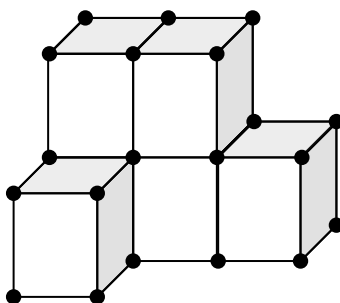
CATEGORÍA ALFA: 1RO Y 2DO DE SECUNDARIA

Parte 1: Problemas de selección múltiple

Problema 1. Pedro y Ariel grabaron videos caminando al colegio. Ariel tardó 8 minutos y Pedro 5 minutos. Al editar, Ariel reprodujo su video desde el inicio y Pedro desde el final en reversa. Cuando ambos se encontraron en el mismo punto en sus grabaciones, unieron los videos. ¿Cuál es la duración total del videoclip?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Problema 2. Con palitos de madera y bolitas de plastilina se construyó una figura formada por seis cubos. En la figura se muestra sólo la parte del frente, el cubo que falta está pegado a los cinco que se muestran. ¿Cuántos palitos de madera se utilizaron para formar toda la figura?

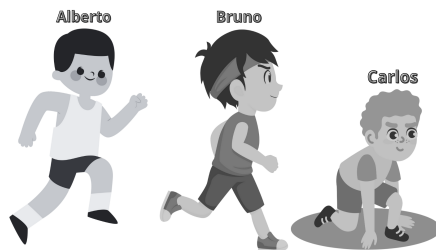


- (A) 46 (B) 47 (C) 48 (D) 49 (E) 50

Problema 3. En un reloj electrónico en formato **HH:MM** de la Estación Espacial Internacional, una tormenta electromagnética causó un mal funcionamiento, haciendo que cada dígito aumentara o disminuyera en 1 unidad. Si el reloj mostraba 20:09 justo después de la tormenta ¿a qué hora se produjo la tormenta?

- (A) 23:59 (B) 21:11 (C) 11:18 (D) 12:00 (E) 13:59

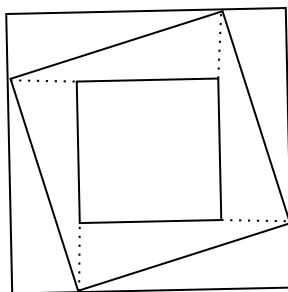
Problema 4. En un torneo de atletismo con 3 corredores, Alberto, Bruno y Carlos, el primer lugar de cada carrera recibe 5 puntos, el segundo lugar 3 puntos, y el tercer lugar 1 punto. Después de 7 carreras, Alberto obtuvo 19 puntos y Bruno 21 puntos. ¿Cuántos puntos obtuvo Carlos?



- (A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24 (E) 25

Parte 2: Preguntas de respuesta corta numérica

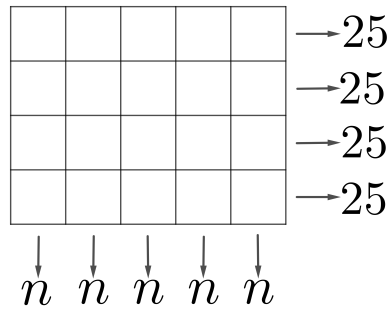
Problema 5. En la siguiente figura, los lados del cuadrado pequeño son paralelos a los lados del cuadrado más grande. El área del cuadrado más grande es 25 y el área del cuadrado pequeño es 9. ¿Cuál es el área del cuadrado mediano?



Problema 6. Determina el número natural más pequeño cuyos dígitos sean distintos entre sí y cuya suma sea exactamente 32.

Problema 7. ¿Cuál es el máximo número de cajas de tamaño $1 \times 2 \times 3$ que caben en una caja de $6 \times 6 \times 6$?

Problema 8. En cada casilla de un tablero de 4×5 hay escrito un número entero positivo, de manera que la suma de los números en cada fila es 25 y la suma de los números en cada columna es n . Determina el valor de n .



Soluciones

Parte 1: Soluciones a los problemas de selección múltiple

Solución (Del problema 1.) Consideremos dos monitores. En el primero, reproducimos un video donde Santiago camina hacia el colegio, y luego Pedro aparece caminando en reversa. En el segundo monitor, reproducimos el video completo de Pedro, pero comenzando desde el final, es decir, desde que llega al colegio y retrocede hacia su casa. Al inicio, las escenas en ambos monitores serán diferentes: uno mostrará a Santiago dirigiéndose al colegio, mientras que el otro mostrará a Pedro regresando a su hogar. Sin embargo, en algún punto de sus recorridos, ambos personajes estarán en la misma posición, y a partir de ese momento, las escenas en ambos monitores serán idénticas. Como las duraciones de los segmentos a partir de esa coincidencia son iguales, podemos concluir que el tiempo que tardó Santiago en llegar a ese punto es el mismo que tardó Pedro en retroceder desde allí. Dado que Pedro necesitó 5 minutos para completar todo su recorrido, esa será la duración compartida por ambos en el video combinado. Por lo tanto, la duración total del video final es de 5 minutos.

Respuesta. 5 (Opción: A.)

Solución (Del problema 2.) En principio contamos los palitos del nivel superior dispuestos horizontalmente en la figura: estos hacen un total de 7. En la parte media de la figura, los palitos dispuestos horizontalmente hacen un total de 13; del mismo modo, aquellos palitos dispuestos horizontalmente en la base de la figura son 13. Por otro lado, los palitos dispuestos de forma vertical en el nivel superior hacen un total de 6 y los dispuestos verticalmente en la parte inferior hacen un total de 10. Por tanto, tenemos un total de $7 + 13 + 13 + 6 + 10 = 49$ palitos que se han utilizado.

Respuesta. 49 (Opción: D.)

Solución (Del problema 3.) El primer dígito de la hora marcada 20:09 es 2 : los posibles valores antes de la tormenta podrían ser 1 o 3, disminuye o aumenta una unidad; sin embargo, dado que el reloj no puede mostrar una hora superior

a 24 horas, el primer dígito sólo puede tomar el valor 1. Para determinar el segundo dígito y tercer dígito, ya que ambos son 0, estos sólo pueden tomar el valor 1. Finalmente, ya que el último dígito es 9, la única posibilidad sería 8. La hora en que sucedió la tormenta fue 11:18.

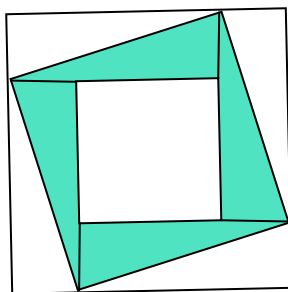
Respuesta. 11:18 (Opción: C.)

Solución (Del problema 4.) En cada carrera se reparten entre el primer, segundo y tercer lugar, un total de 9 puntos; se sigue que, el total de puntos repartidos en las 7 carreras es igual a $9 \times 7 = 63$ puntos. Como Alberto y Bruno obtuvieron un total de 40 puntos, Carlos tuvo que obtener los 23 puntos restantes.

Respuesta. 23 (Opción: C.)

Parte 2: Soluciones a los problemas de respuesta corta

Solución (Del problema 5.) El área del cuadrado grande menos el área del cuadrado más pequeño se puede dividir en cuatro rectángulos, como se muestra en la siguiente figura.



El área de la región sombreada es la mitad del área de estos cuatro rectángulos, es decir, es igual a $(25 - 9)/2 = 8$. El área del cuadrado mediano es el área de la región sombreada más el área del cuadrado pequeño, es decir, es igual a $8 + 9 = 17$.

Respuesta. 17

Solución (Del problema 6.) Si el número buscado tuviera cuatro dígitos (distintos), la mayor suma posible de sus dígitos sería $9 + 8 + 7 + 6 = 30$, menor que 32, por lo tanto, el número buscado debe tener al menos cinco dígitos. Ya que buscamos el número natural más pequeño, el primer dígito debe ser el más pequeño posible: este dígito no puede ser 1 (¿por qué?), así que tomemos a 2. La suma de los cuatro dígitos restantes debe ser 30 : esto se puede lograr con los dígitos 9, 8, 7 y 6 : para el obtener el menos número natural, ordenamos estos dígitos de menor a mayor, el número buscado será 26789.

Respuesta. 26789

Solución (Del problema 7.) Coloquemos las cajitas en una posición en la cual su altura sea igual a 2. En este caso la base de la caja grande se puede cubrir con $6 \times 2 = 12$ cajitas y hacia arriba se pueden poner tres niveles iguales. En total serán $12 \times 3 = 36$ cajitas.

Respuesta. 36

Solución (Del problema 8.) Separando los 20 números por filas, tenemos que la suma total de estos es igual a $4 \times 25 = 100$. Separando los 20 números por columnas, tenemos que la suma total es igual a 5 veces n . Dado que ambas sumas deben ser iguales, 100 es igual a 5 veces n , se sigue que $n = 20$.

Respuesta. 20

OLIMPIADA PACEÑA DE MATEMÁTICA
Av.Villazón 1995 Predio Central UMSA,
Planta Baja del Edificio Viejo, Teléfono 2441578,
e-mail: opmatumsa@fcpn.edu.bo
<http://opmat.fcpn.edu.bo/>