



22^a OLIMPIADA PACEÑA DE MATEMÁTICA

Carrera de Matemática – Instituto de Investigación Matemática

Facultad de Ciencias Puras y Naturales

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS



SEGUNDA FASE

Prueba de clasificación

PREGUNTAS

CATEGORÍA β

3^{ro} Y 4^{to} DE SECUNDARIA



CARRERA DE
MATEMÁTICA



DelTaMat



IIMAT

Agosto, 2025

Preguntas

Tiempo estimado: 80 min

Parte 1: Problemas de selección múltiple

Problema 1. Una secuencia de números está definida por $a_1 = 3$ y

$$a_{n+1} = a_n + a_n^2 \quad \text{para cada } n \in \mathbb{N}.$$

¿Cuál es el dígito de las unidades de a_{2025} ?

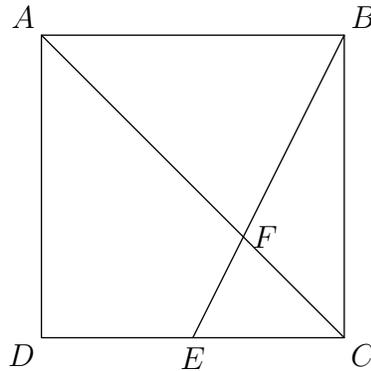
- (A) 2 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Problema 2. Encuentra el valor de la suma:

$$\frac{1}{1^4 + 1^2 + 1} + \frac{2}{2^4 + 2^2 + 1} + \frac{3}{3^4 + 3^2 + 1} + \cdots + \frac{2025}{2025^4 + 2025^2 + 1}.$$

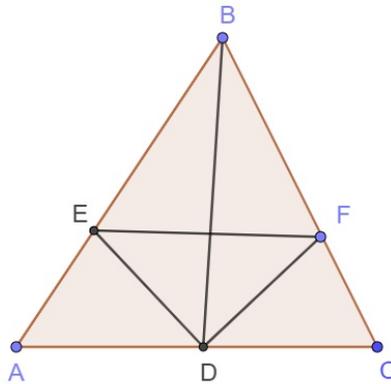
- (A) $\frac{2025^2+2025}{2(2025^2+2025+1)}$ (B) $\frac{2025 \cdot 2026}{2025^2+2025+1}$ (C) $\frac{2025}{2025^2+2025+1}$ (D) $\frac{2025^2+2025}{2(2026)}$ (E) $\frac{1}{2025^2+2025+1}$

Problema 3. El punto E es el punto medio del lado CD en el cuadrado $ABCD$, y el segmento \overline{BE} se encuentra con la diagonal \overline{AC} en F . El área del cuadrilátero $AFED$ es 45. ¿Cuál es el área de $ABCD$?



- (A) 100 (B) 108 (C) 120 (D) 135 (E) 144

Problema 4. En el triángulo ABC , se traza la bisectriz BD , y en los triángulos ABD y CBD , se trazan las bisectrices DE y DF . Se sabe que $EF \parallel AC$. ¿Cuánto



mide el ángulo $\angle DEF$?

- (A) 30 (B) 35 (C) 40 (D) 45 (E) 50

Problema 5. ¿Cuántos números enteros positivos hay con la propiedad de que son iguales a 15 veces la suma de sus dígitos?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Parte 2: Preguntas de respuesta corta numérica

Problema 6. En una pizarra hay N números enteros positivos distintos, ninguno de los cuales es mayor que 2025. Si para cualquier par de números distintos a y b en la pizarra, el número $a - b$ no divide a $a + b$, ¿cuál es el valor máximo posible de N ?

Problema 7. Una ardilla va a comer todas o algunas de las 101 avellanas que hay en una bolsa durante tres días. ¿De cuántas maneras diferentes puede hacerlo si come el mismo número de avellanas el segundo y tercer día, y al menos una avellana cada día?

Problema 8. El alfabeto del idioma Aau-Bau consta de dos letras: A y B . Dos palabras tienen el mismo significado si una de ellas se puede construir a partir de

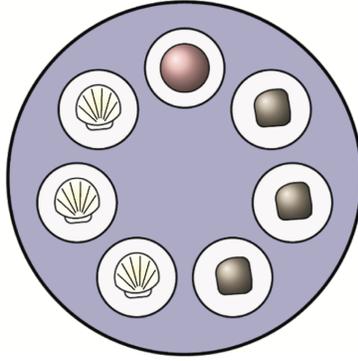


Figura 1: Problema 9

la otra reemplazando cualquier AA con A , reemplazando cualquier BB con B o reemplazando cualquier ABA con BAB . Por ejemplo, la palabra $AABA$ significa lo mismo que ABA y $ABAB$. En este idioma, ¿cuántas palabras distintas hay?

Problema 9. Tres rocas, tres conchas marinas y una perla se colocan en cajas idénticas en un plato circular en el orden mostrado (Figura 1). Las tapas de las cajas se cierran y el plato se gira en secreto. Puedes abrir una caja a la vez. ¿Cuál es el menor número de cajas que necesitas abrir para saber dónde está la perla, sin importar cómo se giró el plato?

Problema 10. Un *enredo* es una secuencia de dígitos construida eligiendo un número $N > 0$ y escribiendo los enteros de 0 a N en algún orden, sin espacios. Por ejemplo, 010123459876 es un enredo con $N = 10$. Una secuencia es *palindrómica* si se lee lo mismo hacia adelante o hacia atrás, por ejemplo 878 o 6226. El *enredo palindrómico* más corto es 0. ¿Qué tan largo es el segundo enredo palindrómico más corto?