



23^a OLIMPIADA PACEÑA DE MATEMÁTICA

Carrera de Matemática – Instituto de Investigación Matemática

Facultad de Ciencias Puras y Naturales

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS



PRIMERA FASE

Prueba de clasificación

PREGUNTAS

CATEGORÍA α

1^{ro} Y 2^{do} DE SECUNDARIA



Julio, 2026

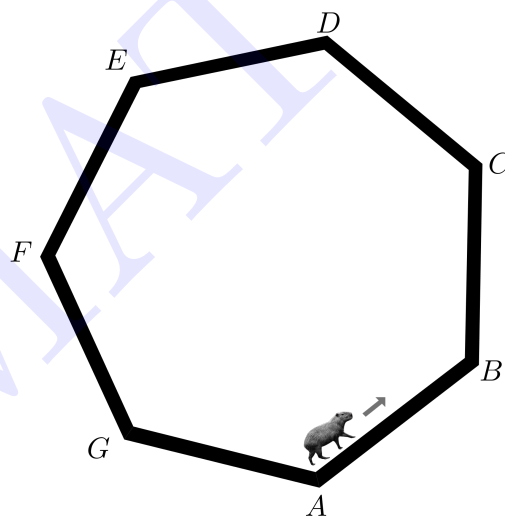
Preguntas

Tiempo estimado: 60 min

Problema 1. Marcos se está preparando para la olimpiada de matemáticas, para ello cada día resuelve cierta cantidad de problemas. El día miércoles resolvió 4 problemas más que el lunes. El jueves resolvió 3 problemas más que el martes. El martes resolvió 2 problemas menos que el lunes. Si el miércoles resolvió 18 problemas, ¿cuántos resolvió el jueves?.

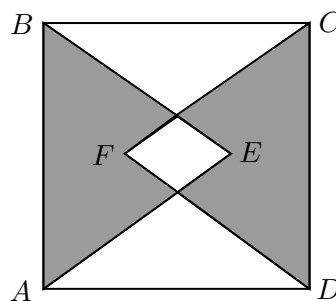
- (A) 5 (B) 12 (C) 15 (D) 20 (E) 30

Problema 2. En un heptágono regular se encuentra caminando un capibara, parte del punto A como se observa en la figura. Luego de recorrer 137 metros, se ubica en el punto medio de FG . Si la longitud del lado del heptágono se expresa por un número entero par en metros, hallar el número de vueltas que dio el capibara.



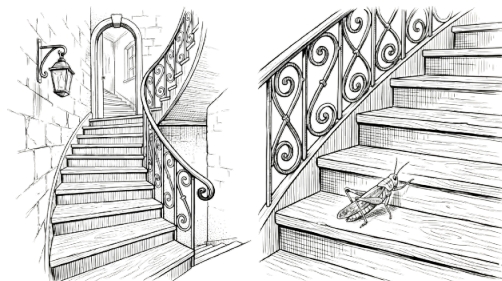
- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 6 (E) 7

Problema 3. La figura $ABCD$ es un cuadrado cuyo lado mide $6u$, si los triángulos $\triangle AEB$ y $\triangle CFD$ son equiláteros. Determine la diferencia del perímetro sombreado con el no sombreado.



- (A) $4u$ (B) $3u$ (C) $2u$ (D) $1u$ (E) $0u$

Problema 4. Un saltamonte quiere subir una grada de 11 escalones. En cada salto puede subir un escalón o dos escalones. ¿De cuántas formas diferentes puede llegar al escalón 4?



- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Problema 5. En una codificación cada símbolo representa un dígito. Se muestran cuatro números codificados:



sabiendo que son en algún orden:

145 275 723 361

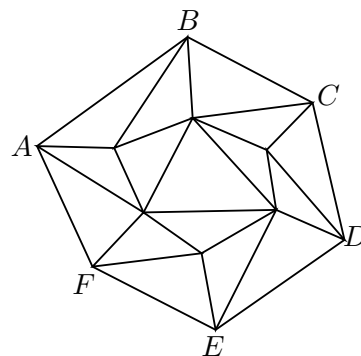
¿Cuál es el resultado de la multiplicación?



- (A) 210 (B) 252 (C) 420 (D) 840 (E) 945

Problema 6. Dentro del hexágono $ABCDEF$ con un perímetro de 180 cm, se

trazaron varios segmentos de recta que lo dividieron en 16 triángulos más pequeños, como se muestra en la figura. Si los perímetros de todos los triángulos pequeños son iguales entre sí, ¿cuánto mide el perímetro de cualquier triángulo?



- (A) 50 cm (B) 60 cm (C) 70 cm (D) 80 cm (E) 90 cm

Problema 7. En un tablero de damas de 10×10 , cuyas casillas están coloreadas alternadamente de blanco y negro, se desea escoger una casilla blanca y una casilla negra de manera que no pertenezcan a la misma fila ni a la misma columna. ¿De cuántas formas se puede realizar esta selección?

- (A) 1250 (B) 1500 (C) 1750 (D) 2000 (E) 2250

Problema 8. La siguiente suma es incorrecta. No obstante, si se sustituye un determinado dígito a , en todas sus apariciones, por otro dígito b , la suma se vuelve correcta. ¿Cuál es el valor de $a^b - b^a$?

$$\begin{array}{r} 7 \ 4 \ 2 \ 5 \ 8 \ 6 \\ + \ 8 \ 2 \ 9 \ 4 \ 3 \ 0 \\ \hline 1 \ 2 \ 1 \ 2 \ 0 \ 1 \ 6 \end{array}$$

- (A) 24 (B) 28 (C) 84 (D) 92 (E) 100

Problema 9. Calcule la suma

$$6 - 66 + 666 - 6666 + 66666 - 666666 + 6666666 - 66666666 + 666666666$$

Si el resultado obtenido es el número (S) , determine la suma de las cifras de (S) .

- (A) 18 (B) 24 (C) 42 (D) 36 (E) 30

Problema 10. Considerando los números $a = 10^{50}$, $b = 2^{175}$ y $c = 3^{100}$. ¿Cuál de los enunciados siguientes es verdadero?

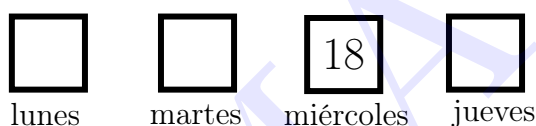
- (A) $a < b < c$ (B) $b < a < c$ (C) $c < b < a$ (D) $c < a < b$ (E) $b < c < a$

Soluciones

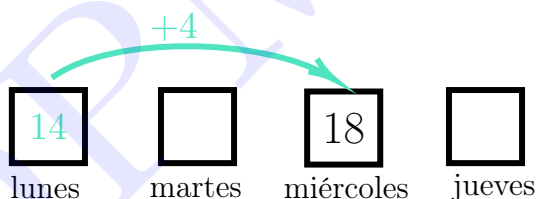
Solución del Problema 1.

Solución 1. Llamemos L a la cantidad de problemas que Marcos resolvió el lunes. Sabemos que el miércoles resolvió 4 problemas más que el lunes $L + 4 = 18$. Restamos 4 a ambos lados $L = 18 - 4 = 14$. Entonces, el lunes resolvió 14 problemas. Ahora usamos que el martes resolvió 2 problemas menos que el lunes $M = L - 2 = 14 - 2 = 12$. Entonces, el martes resolvió 12 problemas. Finalmente, el jueves resolvió 3 problemas más que el martes $J = M + 3 = 12 + 3 = 15$. Por tanto, Marcos resolvió 15 problemas el jueves.

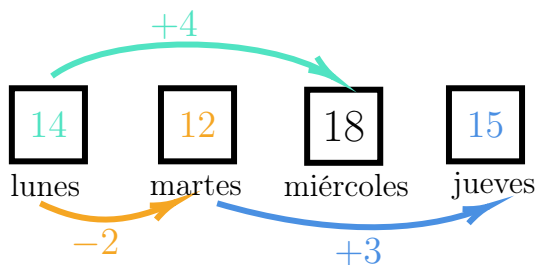
Solución 2. Mediante un diagrama colocamos el número de problemas resueltos el miércoles, como se muestra a continuación:



se sabe que el miércoles resolvió 4 problemas más que el lunes:



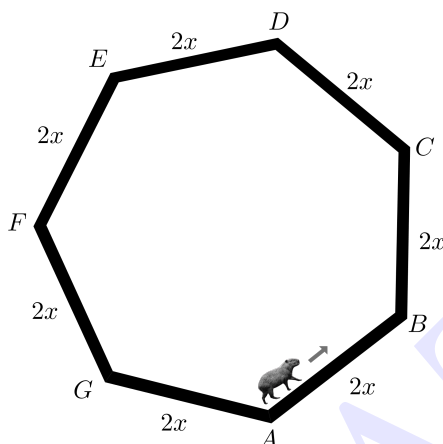
además se sabe que el martes resolvió 2 problemas menos que el lunes y que el jueves resolvió 3 problemas más que el martes, así obtenemos:



Por tanto el número de problemas resueltos el jueves es 15.

Respuesta: (C) 15

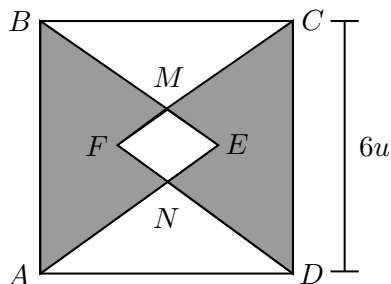
Solución del Problema 2. En un heptágono regular, sus siete lados son iguales. El problema nos indica que la longitud del lado se expresa mediante un número entero par, por lo que asignamos $2x$ metros al lado del heptágono, siendo x un número entero positivo.



Así, el número de vueltas completas es: $(7 \times 2x)n$ metros, donde n representa el número de vueltas. Además la distancia recorrida desde el punto A hasta el punto medio del segmento FG es $(5 \times 2x) + \frac{2x}{2}$ metros. En total, el capibara recorrió: $14xn + 11x = x(14n + 11) = 137$ metros, como x y n son números enteros, obtenemos $x = 1$ y $14n + 11 = 137$, luego el número de vueltas que dio el capibara es: $n = 9$.

Respuesta: (B) 9

Solución del Problema 3. Como todos los lados del cuadrado $ABCD$ son iguales y los triángulos equiláteros comparten un lado con el cuadrado se deduce: $AN + NE = DN + NF = CM + MF = BM + ME = 6u$.



Perímetro de la región sombreada es:

$$(AN + NE) + (DN + NF) + (CM + MF) + (BM + ME) + AB + CD = 36u$$

Perímetro de la región no sombreada es:

$$(AN + NE) + (DN + NF) + (CM + MF) + (BM + ME) + BC + AD = 36u$$

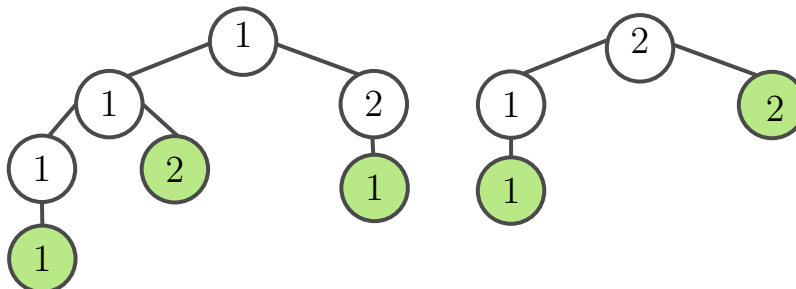
Luego la diferencia del perímetro sombreado con el no sombreado es $0u$.

Respuesta: (E) $0u$

Solución del Problema 4. Para determinar de cuántas formas el saltamontes puede llegar al escalón 4, podemos listar las combinaciones de saltos (de 1 o 2 escalones) que suman exactamente 4:

- $1 + 1 + 1 + 1$ (Cuatro saltos de un escalón)
- $1 + 1 + 2$ (Dos saltos de un escalón y uno de dos)
- $1 + 2 + 1$ (Un salto de uno, uno de dos y uno de uno)
- $2 + 1 + 1$ (Un salto de dos y dos saltos de uno)
- $2 + 2$ (Dos saltos de dos escalones)

De forma visual (ver imagen) existen exactamente 5 caminos únicos, cada camino que termina en un círculo verde describe una de las combinaciones que calculamos anteriormente.



Respuesta: (B) 5

Solución del Problema 5. Observamos las terminaciones de las cuatro cantidades codificadas:

$$\begin{array}{cccc}
 \text{1er. número} & \text{2do. número} & \text{3er. número} & \text{4to. número} \\
 \underbrace{\clubsuit \heartsuit \blacksquare} & \underbrace{\otimes \spadesuit \diamondsuit} & \underbrace{\blacksquare \bullet \otimes} & \underbrace{\heartsuit \clubsuit \diamondsuit}
 \end{array}$$

Tanto la segunda como la cuarta cantidad terminan con el mismo símbolo: $\diamondsuit$. Al revisar los números disponibles ($\{145, 275, 723, 361\}$), las únicas dos cifras que comparten el último dígito son **145** y **275**, ya que ambas terminan en 5. Por lo tanto: $\diamondsuit = 5$. Las cantidades segunda y cuarta corresponden a los números 145 y 275 en algún orden.

La cuarta cantidad está dada por $\heartsuit \clubsuit 5$. Esto implica que sus dos primeros dígitos pertenecen al conjunto $\{1, 4\}$ o al conjunto $\{2, 7\}$. Ahora analizamos la primera cantidad: $\clubsuit \heartsuit \blacksquare$. Notamos que sus dos primeros símbolos son exactamente los mismos de la cuarta cantidad, pero invertidos:

- Si la cuarta cantidad fuera 145, la primera tendría que comenzar con $41 \dots$ o $14 \dots$. Ninguno de los números restantes (723 o 361) cumple esta condición.
- Si la cuarta cantidad es **275**, sus dígitos iniciales son 2 y 7. La primera cantidad tendría que comenzar con $72 \dots$ o $27 \dots$. Esto encaja perfectamente con el número **723**.

Al comparar las posiciones:

- Primera cantidad: $\clubsuit \heartsuit \blacksquare = 723 \implies \clubsuit = 7, \heartsuit = 2, \blacksquare = 3$.
- Cuarta cantidad: $\heartsuit \clubsuit \diamondsuit = 275$ (coincide plenamente).

Sabiendo que la segunda cantidad termina en 5 ($\diamondsuit = 5$) corresponde obligatoriamente a **145**: $\otimes \spadesuit \diamondsuit = 145 \implies \otimes = 1$

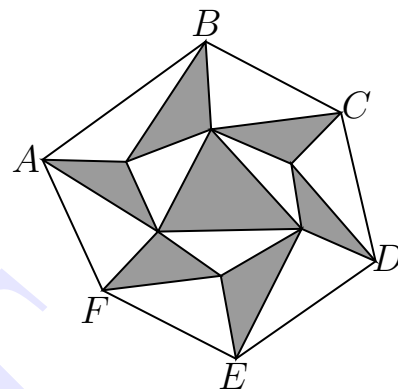
Por último, verificamos con la tercera cantidad ($\blacksquare \bullet \otimes$): $3 \bullet 1 = 361 \implies \bullet = 6$

Efectuamos el producto: $\otimes \times \heartsuit \times \blacksquare \times \diamondsuit \times \clubsuit = 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

Respuesta: (A) 210

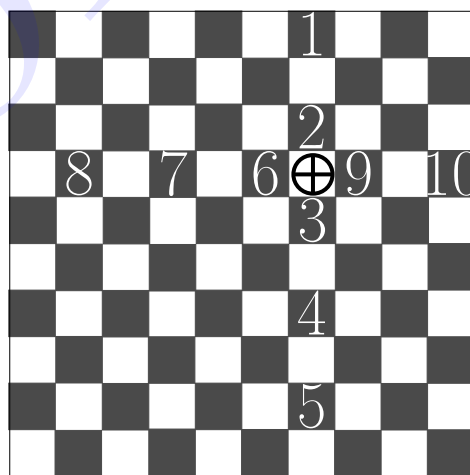
Solución del Problema 6. Dado que todos los triángulos pequeños tienen el mismo perímetro, llamamos P al perímetro de un triángulo pequeño, Consideremos la

figura donde hay 9 triángulos de color blanco y 7 triángulos de color gris, sumemos los perímetros de los 9 triángulos blancos seguidamente restamos los perímetros de los 7 triángulos grises, obtenemos algebraicamente el doble del perímetro de un triángulo pequeño: $9P - 7P = 2P$. Por otra parte, observemos qué ocurre con los segmentos de recta individuales en esta combinación (9blancos - 7grises): cada segmento interno de la figura pertenece exactamente a un triángulo gris y un triángulo blanco, por lo que al restarlos, sus longitudes se cancelan. Los únicos segmentos que no se cancelan son aquellos que forman el contorno exterior, es decir, el perímetro del triángulo grande. Por lo tanto, la suma resultante corresponde exactamente al perímetro del hexágono, $9P - 7P = 2P = 180$, así el perímetro del triángulo es 90 cm.



Respuesta: (E) 90 cm

Solución del Problema 7. Un tablero de 10×10 tiene 100 casillas, distribuidas en 50 blancas y 50 negras. Primero se elige una casilla blanca, lo cual puede hacerse de 50 formas.



Fijada la casilla blanca, en su misma fila existen 5 casillas negras y en su misma columna otras 5 casillas negras, es decir al escoger la blanca, no se podrá considerar

la negra en esta horizontal y vertical, así lo que quedan descartadas $5 + 5 = 10$ casillas negras. Por tanto, las casillas negras permitidas son $50 - 10 = 40$. En consecuencia, el número total de formas es $50 \times 40 = 2000$.

Respuesta: (D) 2000

Solución del Problema 8. Observemos las tres últimas columnas de la suma. En ellas, la operación es correcta, por lo que los dígitos 0, 1, 3, 4, 5, 6 y 8 no pueden ser los que deban sustituirse. En consecuencia, el dígito que se reemplaza debe ser uno de los siguientes: 2, 7 o 9. El dígito 9 no puede ser el incorrecto, pues si se reemplazara por otro, la suma de la columna correspondiente con el 2 dejaría de ser correcta. En consecuencia, el dígito incorrecto es 2 o 7. Supongamos que el dígito incorrecto es 7. Entonces el 2 sería correcto, pero esto es imposible, ya que en la columna correspondiente se tendría

$$2 + 4 + 1,$$

y esa suma no produciría el dígito 1 del resultado. Por lo tanto, el dígito que debe sustituirse es el 2. Observando nuevamente la columna en la que aparece la suma

$$2 + 4 + 1,$$

vemos que el único reemplazo que hace correcta la operación es sustituir el 2 por 6. Al efectuar esta sustitución en todas sus apariciones, la suma queda correctamente verificada. Así, $a = 2$, $b = 6$ y, por consiguiente, $a^b - b^a = 2^6 - 6^2 = 64 - 36 = 28$.

Respuesta: (B) 28

Solución del Problema 9. Sea $S = 6 - 66 + 666 - \cdots + \underbrace{66 \cdots 66}_{9 \text{ cifras}}$. Entonces,

$$\begin{aligned} S &= 6(1 - 11 + 111 - 1111 + 11111 - 111111 + 1111111 - 11111111 + 111111111) \\ &= 6(1 + 100 + 10000 + 1000000 + 100000000) \\ &= 6 + 600 + 60000 + 6000000 + 600000000 \\ &= 606060606. \end{aligned}$$

Ahora sumando los dígitos $6 + 0 + 6 + 0 + 6 + 0 + 6 + 0 + 6 = 30$.

Respuesta: (E) 30

Solución del Problema 10. Para comparar las magnitudes de $a = 10^{50}$, $b = 2^{175}$ y $c = 3^{100}$, expresar los tres números con un exponente común, para esto buscamos su máximo común divisor $\text{mcd}(50, 175, 100) = 25$ reescribimos cada expresión en función del exponente 25:

- $a = 10^{50} = 10^{2 \cdot 25} = (10^2)^{25}$
- $b = 2^{175} = 2^{7 \cdot 25} = (2^7)^{25}$
- $c = 3^{100} = 3^{4 \cdot 25} = (3^4)^{25}$

Observamos que: $3^4 < 10^2 < 2^7$, se tiene $(3^4)^{25} < (10^2)^{25} < (2^7)^{25}$, es decir $3^{100} < 10^{50} < 2^{175}$, o $c < a < b$.

Respuesta: (D) $c < a < b$

Clave de respuestas

1. (C) 15
2. (B) 9
3. (E) $0u$
4. (B) 5
5. (A) 210
6. (E) 90 cm
7. (D) 2000
8. (B) 28
9. (E) 30
10. (D) $c < a < b$

OLIMPIADA PACEÑA DE MATEMÁTICA
Av. Villazón 1995 Predio Central UMSA,
Planta Baja del Edificio Viejo, Teléfono 2441578,
e-mail: opmatumsa@fcpn.edu.bo
<https://opmat.fcpn.edu.bo/>