



23^a OLIMPIADA PACEÑA DE MATEMÁTICA

Carrera de Matemática – Instituto de Investigación Matemática

Facultad de Ciencias Puras y Naturales

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS



PRIMERA FASE

Prueba de clasificación

PREGUNTAS Y SOLUCIONES

CATEGORÍA €

5TO Y 6TO DE PRIMARIA



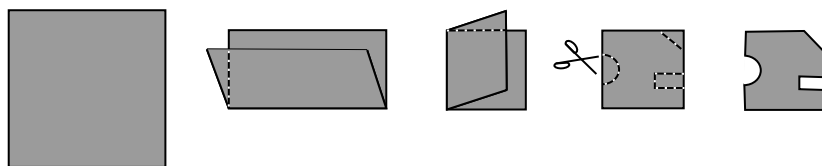
Julio, 2026

Preguntas

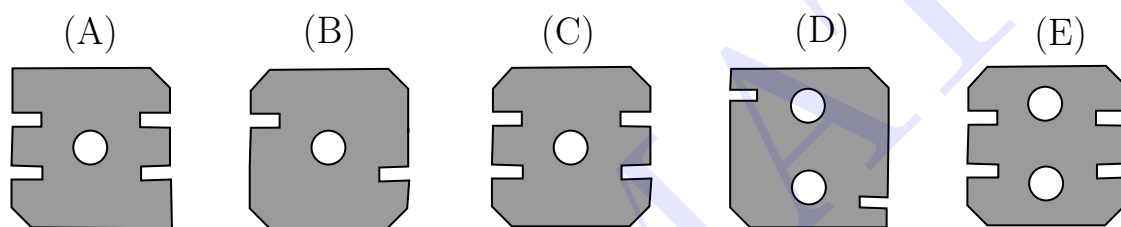
Tiempo estimado: 40 min

Este documento tiene texto en varios colores. Haz de cuenta que todos los textos

Problema 1. José dobló una hoja de papel cuadrada y luego realizó un recorte, como se muestra en la figura.



Al desdoblar la hoja, ¿cuál de las siguientes figuras se obtiene?



Problema 2. Reduzca a su mínima expresión la fracción

$$\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 + 3 \cdot 9 \cdot 15 + 5 \cdot 15 \cdot 25 + 7 \cdot 21 \cdot 35}{2 \cdot 4 \cdot 6 + 6 \cdot 12 \cdot 18 + 10 \cdot 20 \cdot 30 + 14 \cdot 28 \cdot 42}$$

- (A) 1 (B) $\frac{5}{16}$ (C) 12 (D) $\frac{5}{6}$ (E) 10

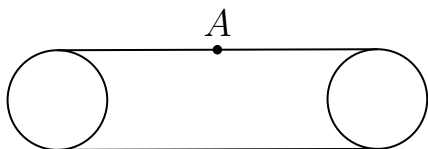
Problema 3. En conjunto, el osito Winnie Pooh, el Búho, el Conejo y el Cerdito comieron 70 bananas. Cada uno comió un número entero de bananas y todos comieron al menos una. El osito Winnie Pooh comió más bananas que cada uno de los otros. El Búho y el Conejo comieron juntos 45 bananas.



¿Cuántas bananas comió el Cerdito?

- (A) 22 (B) 23 (C) 25 (D) 5 (E) 1

Problema 4. El diagrama muestra la oruga (cadena) de una excavadora, vista de perfil. La parte inferior está en contacto con el suelo. Si la excavadora avanza 10 cm, ¿cuántos centímetros se desplazará el punto A señalado?



- (A) 20 (B) 50 (C) 10 (D) 5 (E) 25

Problema 5. Utilice los dedos de una mano para contar de la siguiente manera: el pulgar es el primero, el índice es el segundo, y así sucesivamente hasta el dedo meñique, que es el quinto. Luego invierta el sentido del conteo para continuar, de modo que el dedo anular sea el sexto, el dedo medio el séptimo, el dedo índice el octavo y el pulgar el noveno. Vuelva a invertir el sentido nuevamente, regresando hacia el dedo meñique, de modo que el dedo índice sea el décimo, y así sucesivamente. Si se continúa contando de esta forma, yendo y viniendo con los dedos de una sola mano, ¿qué dedo corresponde al conteo número dos mil veinte seis?

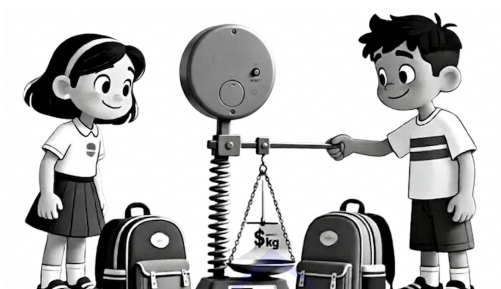
- (A) Pulgar (B) Índice (C) Medio (D) Anular (E) Meñique

Problema 6. La abuela tarda cinco minutos en subir del primer piso al cuarto piso de un edificio. Si mantiene la misma velocidad, ¿cuánto tiempo le tomará subir del primer piso al decimo piso?

- (A) 3 (B) 5 (C) 10 (D) 15 (E) 25

Problema 7. Juan y Carla están utilizando una balanza de resorte para pesar sus mochilas. Cuando las mochilas se pesan por separado, la balanza marca 3 kg y 2 kg. Cuando se pesan juntas, la balanza marca 6 kg.

- «Eso no puede ser correcto» —dijo Carla—. «Dos más tres no es igual a seis».
- «¿No te das cuenta?» —respondió Juan—. «El puntero de la balanza no estaba en cero».



¿Cuánto pesan realmente las mochilas?

- (A) 2 kg, 3 kg (B) 3 kg, 4 kg (C) 1 kg, 2 kg (D) 4 kg, 5 kg (E) 5 kg, 6 kg

Problema 8. Cada una de las letras C , E , R y O representa un dígito distinto del sistema decimal. En la siguiente multiplicación, el número formado por las cifras $CERO$ se multiplica por sí mismo, y los resultados parciales aparecen alineados como se muestra:

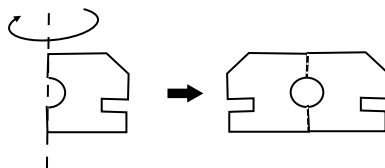
$$\begin{array}{r}
 C E R O \\
 \times C E R O \\
 \hline
 * * * * C \\
 * * * * E \\
 * * * * R \\
 * * * * O \\
 \hline
 * * * * * * *
 \end{array}$$

Determine la suma de los dígitos correspondiente a cada letra.

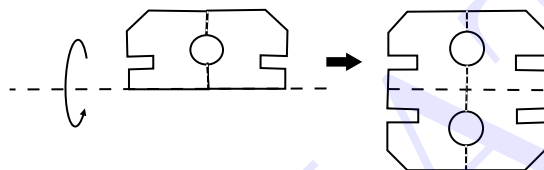
- (A) 10 (B) 20 (C) 22 (D) 26 (E) 30

Soluciones

Solución del Problema 1. Al deshacer el segundo dobléz, abrimos la hoja verticalmente, obteniendo:



A continuación, al deshacer el primer dobléz, abrimos la hoja horizontalmente, obteniendo:



Respuesta: (E)

Solución del Problema 2. Calculamos por separado el numerador y el denominador. En el numerador,

$$1 \cdot 3 \cdot 5 + 3 \cdot 9 \cdot 15 + 5 \cdot 15 \cdot 25 + 7 \cdot 21 \cdot 35 = 1 \cdot 3 \cdot 5(1 + 3^3 + 5^3 + 7^3)$$

En el denominador,

$$2 \cdot 4 \cdot 6 + 6 \cdot 12 \cdot 18 + 10 \cdot 20 \cdot 30 + 14 \cdot 28 \cdot 42 = 2 \cdot 4 \cdot 6(1 + 3^3 + 5^3 + 7^3)$$

Por lo tanto,

$$\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 + 3 \cdot 9 \cdot 15 + 5 \cdot 15 \cdot 25 + 7 \cdot 21 \cdot 35}{2 \cdot 4 \cdot 6 + 6 \cdot 12 \cdot 18 + 10 \cdot 20 \cdot 30 + 14 \cdot 28 \cdot 42} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5(1 + 3^3 + 5^3 + 7^3)}{2 \cdot 4 \cdot 6(1 + 3^3 + 5^3 + 7^3)} = \frac{5}{16}$$

En consecuencia, la fracción reducida a su mínima expresión es

Respuesta: (B) $\frac{5}{16}$

Solución del Problema 3. Como el Búho y el Conejo comieron juntos 45 bananas, al menos uno de ellos debió haber comido 23 bananas o más (*En efecto, Como el Búho y el Conejo comieron en total 45 bananas, su promedio de bananas comidas fue $\frac{45}{2} = 22,5$. Dado que ambos comieron un número entero de bananas, necesariamente uno de ellos comió al menos $\lceil \frac{45}{2} \rceil = 23$ bananas.*). Sin pérdida de generalidad, supongamos que fue el Búho. Como el osito Winnie Pooh comió más bananas que cualquiera de los otros, debió haber comido al menos 24 bananas. Además, si uno de ellos comió al menos 23 bananas y entre ambos suman 45, el otro comió al menos 22 bananas. Por lo tanto, el osito Winnie Pooh, el Búho y el Conejo comieron en conjunto al menos $24 + 23 + 22 = 69$ bananas. Como entre los cuatro comieron 70 bananas, el Cerdito comió a lo sumo una banana. Dado que todos comieron al menos una banana, se concluye que el Cerdito comió exactamente 1 banana.

Respuesta: (E) 1

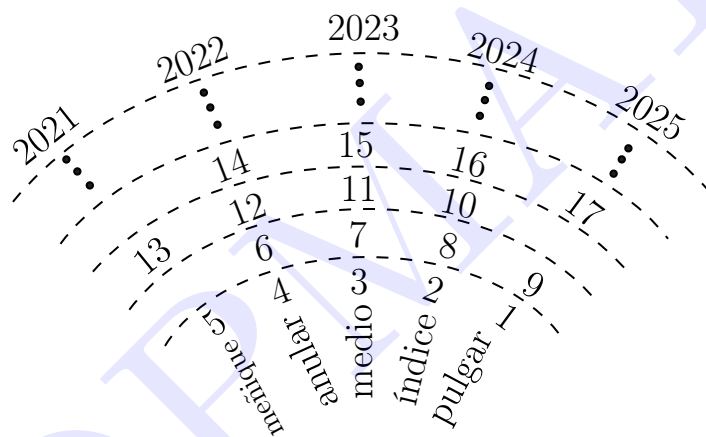
Solución del Problema 4. En general, muchas personas piensan que, si la excavadora avanza 10 cm, entonces el punto A también se desplaza 10 cm. Es fácil ver que esta idea es incorrecta. En efecto, si así fuera, el punto A permanecería en la misma posición relativa dentro de la excavadora, es decir, exactamente en el centro, lo que implicaría que la oruga de la excavadora no se habría movido. Entonces, ¿cuál es la distancia realmente recorrida por el punto A ?

Consideremos el punto de la rueda delantera donde la oruga entra en contacto con el suelo después de que la excavadora se ha desplazado. Dicho punto se encuentra 10 cm por delante de la posición en la que la rueda tocaba el suelo antes del movimiento. Por lo tanto, cuando la excavadora avanza 10 cm, un tramo de 10 cm de la oruga entra en contacto con el suelo. Como el punto A se desplaza 10 cm con respecto al centro de la excavadora y, al mismo tiempo, la excavadora avanza 10 cm, el desplazamiento total del punto A con respecto al suelo es $10 + 10 = 20$ cm.

Desde otro punto de vista, imaginemos que nos movemos junto a la excavadora y la grabamos con una cámara de video. Al observar la grabación, la excavadora aparece fija en la pantalla, mientras las ruedas giran y la oruga se desplaza. Durante la grabación, el punto A se mueve 10 cm en la pantalla. Al mismo tiempo, nuestra cámara se ha desplazado 10 cm. Por lo tanto, el punto A se ha movido, 20 cm.

Respuesta: (A) 20

Solución del Problema 5. Observemos los números que corresponden al pulgar. Este dedo aparece por primera vez en el conteo con el número 1.



A continuación, se cuentan cuatro dedos desde el índice hasta el meñique y luego otros cuatro al regresar (del anular al pulgar), de modo que el siguiente número asociado al pulgar es $1+8 = 9$. El número siguiente asociado al pulgar es $9+8 = 17$, y en cada aparición posterior del pulgar se suma nuevamente 8 al número anterior. El 2024 es divisible por 8, el pulgar queda asociado al número $1 + 8 \times 253 = 2025$. Por lo tanto, el dedo correspondiente al conteo número dos mil veinte seis es el **índice**.

Respuesta: (B) Índice

Solución del Problema 6. La abuela tarda 5 minutos en subir del primer al cuarto piso. En este recorrido sube 3 tramos de escaleras (del piso 1 al 4). Para subir del primer al decimo piso debe subir 9 tramos de escaleras, es decir, el triple de tramos que en el primer caso. Como mantiene la misma velocidad, el tiempo es proporcional al número de tramos recorridos. Por lo tanto, el tiempo necesario será el triple:

$$3 \times 5 = 15 \text{ minutos.}$$

Por tanto, la abuela tardará 15 minutos en subir del primer al decimo piso.

Respuesta: (D) 15

Solución del Problema 7. El hecho de que el puntero de la balanza no esté en cero significa que la lectura de la balanza se desvía de los pesos reales en una misma cantidad constante. Denotemos dicha cantidad por x . No conocemos el peso verdadero de la segunda mochila; sin embargo, al sumarle x , la balanza marca 2 kg.

$$x + p_2 = 2, \quad \text{donde } p_2 \text{ es peso de la segunda mochila}$$

De manera análoga, al sumar x al peso verdadero de la primera mochila, la balanza marca 3 kg ($x + p_1 = 3$, donde p_1 es peso de la primera mochila). La suma de estas dos lecturas es 5 kg (es decir $x + x + p_1 + p_2 = 5$), lo cual difiere en $x + x$ de la suma de los pesos reales. En cambio, al pesar ambas mochilas simultáneamente, la balanza marca 6 kg (es decir $x + p_1 + p_2 = 6$), lo que difiere en solo x de la suma de los pesos verdaderos. Por lo tanto, se obtiene $x = -1$, es decir, la balanza marca 1 kg menos que el peso real. En consecuencia, los pesos correctos de las mochilas son 3 kg y 4 kg.

Respuesta: (B) 3 kg y 4 kg

Solución del Problema 8. Observemos primero el comportamiento del último dígito. El último dígito de O^3 coincide con el propio O , ya que el último dígito de $O \times O$ es C y, a su vez, el último dígito de $O \times C$ vuelve a ser O . Por lo tanto, el dígito O debe ser uno de aquellos cuyo cubo termina en sí mismo. Esto reduce las posibilidades a $O = 4$ o $O = 9$, pues los casos $O = 0, 1, 5, 6$ se descartan, ya que conducirían a $C = O$, lo cual contradice que las letras representan dígitos distintos. El valor $O = 9$ también queda excluido, ya que en ese caso se obtiene $C = 1$ y la última fila antes del resultado final tendría únicamente cuatro cifras, cuando según el esquema dado debe tener cinco. Por consiguiente, se concluye que $O = 4$ y $C = 6$. Dado que O es par, los dígitos R y E también deben ser pares, pues en la multiplicación intervienen productos con O que generan resultados pares en las posiciones correspondientes. Además, ninguno de ellos puede ser cero, ya que eso produciría desplazamientos indebidos en los productos parciales y rompería la alineación mostrada en la multiplicación. De este modo, las únicas posibilidades restantes son $(E, R) = (2, 8)$ o $(E, R) = (8, 2)$. Es inmediato verificar que ambos casos satisfacen todas las condiciones del problema (*tarea: sustituye en la operación de multiplicación de la pregunta*). Por lo tanto, los números que cumplen el criptaritmo son 6284 y 6824. Así la suma de los valores de los dígitos es 20.

Respuesta: (B) 20

Clave de respuestas

1. (E)
2. (B) $\frac{5}{16}$
3. (E) 1
4. (A) 20
5. (B) Índice
6. (D) 15
7. (B) 3 kg, 4 kg
8. (B) 20

OLIMPIADA PACEÑA DE MATEMÁTICA
Av. Villazón 1995 Predio Central UMSA,
Planta Baja del Edificio Viejo, Teléfono 2441578,
e-mail: opmatumsa@fcpn.edu.bo
<https://opmat.fcpn.edu.bo/>