

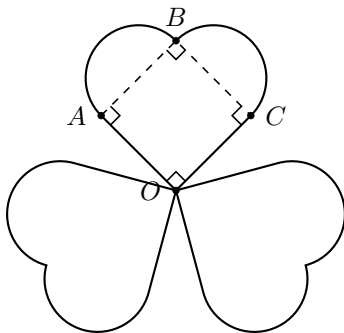


- (A) 1 (B) 2 (C) 507 (D) 508 (E) 509

Parte II: Preguntas de Respuesta Corta

Escriba únicamente el valor numérico en el formulario

Problema 4. Cada pétalo de un trébol está formado por un cuadrado y dos semicírculos, y todos los pétalos son congruentes. Halle el área del trébol si $AB = BC = CO = OA = 2$.



Problema 5. En un salón hay 1000 sillas numeradas del 1 al 1000. Cada silla está ocupada por una persona que es, o bien un *caballero*, quien siempre dice la verdad, o bien un *mentiroso*, quien siempre miente. Cada persona afirma:

«Toda persona, distinta de mí, cuyo número de silla termine en el mismo dígito que el mío es un mentiroso».

Determine el número de caballeros que hay en el salón. para poder multiplicar por 3

Problema 6. Determinar el dígito de la unidad en la siguiente sumatoria:

$$S = 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \cdots + 3^{2026}$$

Problema 7. Tres pueblos X, Y, Z se encuentran en el plano en las coordenadas $(0, 0)$, $(200, 0)$ y $(0, 300)$, respectivamente. En los pueblos X, Y, Z hay 100, 200 y 300 estudiantes, respectivamente. Se construirá una escuela en un punto (x, y) , donde x e y son enteros, de modo que la distancia total recorrida por todos los estudiantes sea mínima. Determine $x^2 + y^2$

$$x + y$$

Problema 8. Dada la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{2^{x+2}}{2^x + 1}$$

Determine el valor de la suma $f(1) + f(3) + \cdots + f(2025)$

$$f\left(-\frac{1}{2026}\right) + f\left(-\frac{1}{2025}\right) + \cdots + f(-1) + f(0) + f(1) + \cdots + f\left(\frac{1}{2025}\right) + f\left(\frac{1}{2026}\right)$$

multiplicado por dos

Problema 9. Sea n un entero positivo, determine el menor valor posible de n tal que

$$\frac{2026n - 20}{2026 + n}$$

también sea un entero positivo. de tal manera que cuando se obtiene el menor valor posible sumamos 1

Problema 10. Determine cuántos números naturales de 5 dígitos satisfacen simultáneamente las siguientes condiciones:

- a) ninguno de sus dígitos es igual a 0;
- b) los dígitos pueden repetirse;
- c) la diferencia absoluta entre cualesquiera dos dígitos consecutivos es exactamente 1. *También cuando la diferencia entre cualesquiera dos dígitos consecutivos es exactamente 2.*

Problema 11. Determinar el número de ternas ordenadas distintas (x, y, z) que satisfacen el sistema $x + y + z = 20$.

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 12 & (*) \\ xy + 4yz + 2xz = 22 & (**) \\ xyz = 6. \end{cases}$$

Luego quita una terna ordenada.